Ph. 4° 670

Pemberton

Philos. Ont. et Cosm. 969.

R

Anfangsgründe
der
Newtoniſchen Philoſophie
von
Dr. Pemberton.

Aus dem Engliſchen
mit
Anmerkungen und einer Vorrede
von
Salomon Maimon.

Erſter Theil
mit vier Kupfertafeln.

Berlin,
bei Friedrich Maurer 1793.

Bayerische Staatsbibliothek München

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorrede.

Philoſophie und Mathematik ſind nicht nur ſtrenge Wiſſenſchaften an ſich, ſondern ſie machen auch erſt eine Naturwiſſenſchaft möglich. Erfahrungen und Verſuche können uns bloß über die Realverhältniſſe der Objekte der Natur, nicht aber über die Nothwendigkeit und Allgemeingültigkeit dieſer Verhältniſſe belehren.

Die Philoſophie beſtimmt die Naturgeſetze, d. h. die nothwendigen und allgemeingültigen Verhältniſſe der Objekte der Natur überhaupt nicht zwar an ſich, aber doch als Gegenſtände unſrer Erkenntniß, dadurch, daß ſie die Objekte der Natur den nothwendigen und allgemeingültigen Formen unſrer Erkenntniß ſubſumirt. Dadurch wird unſre Naturerkenntniß zwar nicht

erweitert, aber doch als nothwendig und allgemeingültig bewährt und zur Würde einer ſtrengen Wiſſenſchaft erhoben. Die Mathematik beſtimmt zwar nichts an den Naturobjekten als ſolchen, überhaupt, (ſie liefert keine transzendentale Prinzipien von der Möglichkeit eines Naturobjekts überhaupt,) ſondern ſie beſtimmt etwas an den beſondern Objekten, in deren Formen die Objekte der Mathematik und in ihnen Verhältniſſe a priori gegeben ſind. Ihr Gebrauch erſtrecket ſich von der einen Seite (a parte ante) nicht ſo weit, (bis auf die transzendentalen Prinzipien), von der andern Seite aber (a parte poſt) viel weiter (bis auf Verhältniſſe beſtimmter Objekte), als der Gebrauch der Philoſophie.

Aber ſo unentbehrlich auch dieſe beiden Wiſſenſchaften zur Begründung einer Naturwiſſenſchaft ſind, ſo ſind ſie doch allein dazu nicht hinlänglich. Sie liefern blos die Form nicht aber den Stoff dieſer Wiſſenſchaft. Dieſer Stoff aber ſind die nicht auf Gerathewohl, ſondern nach einer dieſer Wiſſenſchaft eigentlichen Methode angeſtellten Erfahrungen und Verſuche. Dieſe, in Verbindung mit jenen beiden Wiſſenſchaften, liefern

uns

uns erſt eine vollſtändige wiſſenſchaftliche Naturerkenntniß.

Die Mathematik dient nicht blos dazu, unſere Erfahrungen und die daraus gezogenen Folgerungen genauer zu beſtimmen, ſondern ſelbſt dieſelbe zu befeſtigen und ihre Richtigkeit zu beweiſen.

Es iſt z. B. eine allgemeine Erfahrung, daß alle Körper in der Nachbarſchaft der Erde ſchwer ſind, d. h. ſich beſtreben, nach deren Mittelpunkt ſich zu bewegen. Die Karteſianer nehmen, zur Erklärung dieſer Erſcheinung, zu den Wirbeln ihre Zuflucht, daß nämlich eine gewiſſe feine Materie (Aether) ſich in einem Zirkel um die Erde bewegt, und daher die Körper, die, wegen ihrer Unfähigkeit zu dieſer Bewegung, derſelben nicht folgen können, nach der Erde zu herunter drücken. Newton hingegen nimmt zur Erklärung dieſer Erſcheinung nichts mehr an als die Geſetze der Zentralkräfte. Die Mathematik beſtimmt nicht nur das genaue Verhältniß dieſer Zentralkräfte in jedem beſondern Falle, ſondern ſie beweißt ſelbſt die Wahrheit der neutonianiſchen und die

Falſch-

Falſchheit der Karteſianiſchen Erklärungsart, auf eine unumſtößliche Weiſe. Denn nach den Geſetzen von der Mittheilung der Bewegung muß die Geſchwindigkeit dieſes Wirbels um die Oberfläche der Erde, der Geſchwindigkeit von der Bewegung der Erde um ihre Axe, gleich ſeyn. Nun kann aus der Größe der Erde und ihrer Umlaufszeit ihre Geſchwindigkeit, und folglich auch die Geſchwindigkeit des ſie umgebenden Wirbels, beſtimmt werden. Dieſer Beſtimmung zufolge aber, könnte ein durch dieſe Wirbelbewegung nach unten zu getriebener Körper nicht, wie es in der That iſt, 15, ſondern nicht mehr als einen halben Fuß Raum in einer Sekunde durchlaufen: dahingegen dieſer Raum von 15 Fuß mit der auf die Geſetze der Zentralkräfte gegründeten Berechnung aufs genauſte übereinſtimmt. — So wurden auch die Kometen für in unſrer Atmoſphäre entſtehende Lufterſcheinungen gehalten, bis man in den neuern Zeiten entdeckt hat, daß ſich die Kometen weit über die Mondbahn hinaus entfernen; wodurch ſie aus dem Range der Lufterſcheinungen zu dem Range der Planeten erhoben worden ſind.

In allen dergleichen Fällen dient die Mathematik, mit Hülfe der Erfahrungen und Beobach-

tun-

tungen, nicht blos zur Beſtimmung der Größe, ſondern auch der wahren Beſchaffenheiten und Urſachen der Erſcheinungen ſelbſt. Sie dient nicht blos zur näheren Beſtimmung ſondern auch zur Berichtigung und Erweiterung unſerer Naturerkenntniß.

Die Philoſophie kann ſich dieſes Vorzugs nicht rühmen. Sie kann blos durch Aufſtellung der Prinzipien der Erfahrungserkenntniß a priori, denſelben Nothwendigkeit und Allgemeingültigkeit verſchaffen, ja ſogar manche ihrer Prinzipien berichtigen, ſie kann aber dieſelbe um nichts erweitern.

Aus der Philoſophie wiſſen wir z. B. daß alles ſeine Urſachen haben muß. Die kritiſche Philoſophie deduzirt den Begriff von Urſachen a priori aus der urſprünglichen Einrichtung unſers Erkenntnißvermögens ſelbſt, und ſchränkt ſeinen Gebrauch bloß auf Objekte der Erfahrung ein. Sie giebt aber kein Mittel an die Hand, die wahre Urſache irgend einer beſtimmten Erſcheinung zu erkennen, und von der aus Irrthum dafür gehaltenen zu unterſcheiden. Genaue Erfahrungen

und

und Beobachtungen mit Hülfe der Mathematik müſſen dieſen Mangel erſetzen. Es fehlt uns aber noch bis jetzt eine Wiſſenſchaft, die uns lehrt, wie man, nicht durch ein bloßes Herumtappen, ſondern a priori, auf eine beſtimmte, gerade zum Ziel führende, Art Erfahrungen, Beobachtungen und Verſuche machen kann. Baco hat davon einige Methoden angegeben, die nachher mit glücklichem Erfolg gebraucht worden ſind. Dieſe Methoden ſind aber durch ihn nicht erſchöpft und auf ſichere Prinzipien zurückgeführt worden. Er trägt ſie aphoriſtiſch vor, ſie haben bei ihm nicht die Form einer Wiſſenſchaft. Aber ſo wie alle Künſte und Wiſſenſchaften ſchon vorher in Ausübung geweſen, ehe ihre Theorien erfunden worden ſind, ſo iſt es auch hier der Fall. Newtons großes Genie hat in ſeinen unſterblichen Werken, zu dieſer Wiſſenſchaft den Weg gebahnt. Seine Werke ſind daher nicht blos der vielen und wichtigen Entdeckungen wegen, die ſie enthalten, ſchätzbar, ſondern auch deswegen, weil man aus der Art, wie er auf dieſelbe gerathen, und welchen Gebrauch er davon gemacht hat, eine beſondere Logik der Erfahrungserkenntniß abſtrahiren kann.

Die Naturwiſſenſchaft zielt darauf ab, unſerer Naturerkenntniß Einheit zu verſchaffen. Das unmittelbar wahrgenommene Realverhältniß von Urſache und Wirkung zwiſchen beſtimmten Objekten der Natur, iſt ein Gegenſtand unſrer Naturerkenntniß, nicht aber der Naturwiſſenſchaft.

Unſere Naturerkenntniß mag bis auf alle Objekte der Natur erweitert werden, ſo werden wir doch dadurch allein keine Naturwiſſenſchaft erhalten. Jene iſt der bloße Stoff, das Mannigfaltige, das erſt durch die hinzukommende Einheit die wiſſenſchaftliche Form erhält. Dieſe Einheit iſt entweder real, oder ſie wird als ſolche blos angenommen, oder ſie iſt blos idealiſch. So lange wir blos aus beſondern Erfahrungen wiſſen, daß a die Urſache von b; c die Urſache von d; e die Urſache von f ſey u. ſ. w. haben wir blos zerſtreute Naturerkenntniß. Können wir aber beweiſen, daß a die Urſache von b, b die Urſache von c, c die Urſache von d u. ſ. w. iſt; ſo haben wir eine verbundene wiſſenſchaftliche Erkenntniß von d. Iſt a ein für ſich beſtehendes wirkliches Objekt, das als Bedingung der Wirklich-

keit

keit von b erkannt wird, ſo iſt a die Realurſache von b. Z. B. das Feuer iſt die Urſache der Wärme u. dgl. Die Karteſianiſchen Wirbel hingegen werden als Realurſache von der Schwere der Körper bloß angenommen. Dadurch würden wir (wenn dieſe Hypotheſe mit der Erfahrung übereinſtimmig wäre) ſo viel erhalten haben, daß wir anſtatt der bloßen Reflexionseinheit (Einerleiheit der Wirkung) eine objektive Einheit als deren Erklärungsgrund haben würden.

Ein entdecktes allgemeines Geſetz von einer gewiſſen Art Naturerſcheinungen iſt eine idealiſche Vernunfteinheit, und dient als Prinzip oder Erklärungsgrund aller dieſer Erſcheinungen. Sie iſt nicht als ein für ſich beſtehendes wirkliches Objekt, die Realurſache dieſer Erſcheinungen, ſondern blos die allgemeine Vorſtellung von der Wirkungsart derſelben, wie z. B. die Geſetze der Zentralbewegung. Die Zentralkräfte, d. h. die realen Urſachen dieſer Bewegungen ſind uns gänzlich unbekannt. Wir beziehen dieſe Wirkungsarten blos auf den Begriff von Urſache überhaupt. Durch die Benennung Zentralkräfte wollen wir andeuten, ein unbekann-

kanntes Etwas, das ſich zu der bekannten Zentralbewegung als Urſache zur Wirkung verhält. Die Wirkungsart hingegen oder die Geſetze dieſer Zentralbewegung ſind uns bekannt, und dienen uns zur Erklärung und Beſtimmung aller Erſcheinungen, wo ſie ſtatt finden. Die Neutonianiſche Philoſophie legt keine cauſas ocultas, die nicht einmal Naturerkenntniß verſchaffen, keine den Erfahrungen widerſprechende Hypotheſen, ſondern blos die reale aus Erfahrungen und Beobachtungen gegründete Natururſachen zum Grund, ſie beſchäftigt ſich aber hauptſächlich mit Aufſuchung der allgemeinen Naturgeſetze, d. h. mit der richtigen Beſtimmung der allgemeinen Wirkungsarten der Natur, und mit der Zurückführung aller Naturerſcheinungen auf dieſelbe. Sie läßt nur ſolche Hypotheſen zu, die nicht nur den Erfahrungen nicht widerſprechen, ſondern ſelbſt mit einem hohen Grade von Wahrſcheinlichkeit ſich aus denſelben herleiten laſſen. Da aber Newtons Werke tiefe Einſichten in die Mathematik vorausſetzen, und folglich nur von einem Mathematiker von Profeſſion verſtanden werden können, ſo hat Pemberton den Liebhabern zu Gefallen, in dieſem Werke einen Auszug davon geliefert. Er

mußte dieſer Abſicht gemäß, einige ſchwere Beweiſe entweder ganz weglaſſen, oder mit andern minder ſtrengen, aber faßlichern, umtauſchen. Man hat zwar mehrere Schriften dieſer Art, worinn die Neutonianiſche Philoſophie vorgetragen wird, aber keine, ſo weit ich weiß, iſt von ſolchem Umfang und zugleich von ſolcher Faßlichkeit als die gegenwärtige. Schon dieſes, daß Pemberton ein Zeitgenoſſe ja ſogar ein vertrauter Freund von Newton war, und dieſes Werk ſelbſt des leztern Beifall erhalten hat, muß uns ein günſtiges Vorurtheil für daſſelbe erwecken.

Ich gerieth daher vor einiger Zeit auf den Gedanken, daß es nicht undienlich ſeyn möchte dieſes Werk ins Deutſche zu überſetzen und that dieſen Vorſchlag einem gelehrten Freunde, der auch die Ueberſetzung übernommen hat.

Wie dieſelbe gerathen iſt, mögen Andere beurtheilen. Was meine wenigen Anmerkungen anbetrifft, ſo ſind dieſe nicht dazu beſtimmt, dunkle Stellen zu erläutern, da das Werk an ſich faßlich genug iſt: auch wollte ich nicht darinn die fehlenden Beweiſe erſetzen, denn dieſes wäre dem

Plan

Plan des Werkes zuwider; ſondern ſie betreffen blos die Berichtigung einiger Prinzipien der Philoſophie der Natur, worin ich hauptſächlich auf Kant's Metaphyſik der Natur Rückſicht genommen, ihn aber nicht bloß abgeſchrieben habe, ſondern ſelbſt in manchen Stücken von ihm abgewichen bin, wie z. B. in der Deduktion der Vorſtellungen von Zeit und Raum. Sein Beweis von der Gleichheit der Wirkung und Gegenwirkung iſt etwas dunkel; ich mußte daher dieſen Beweiß nach meiner eigenen Art führen. Bin ich in ſeinen Sinn eingedrungen, ſo will ich hierin blos als Kommentator betrachtet ſeyn: wenn nicht, ſo mag der Leſer die Richtigkeit meines Beweiſes prüfen und mit dem Kantiſchen (den ich zugleich anführe) vergleichen. Die Konſtruktionsart der zuſammengeſetzten Bewegung durch Verknüpfung einer abſoluten mit einer relativen Bewegung, führe ich zwar aus demſelben an; erkläre aber die Nothwendigkeit dieſer Konſtruktion auf eine von ihm verſchiedene Art.

Ich wünſche übrigens (obſchon dieſer Wunſch vielleicht wie der, des Onkel Tobias, manchem

Dok-

Doktor Schlop ungelegen kommen möchte) daß die Denker, die ſich jezt in zwei in einer langwierigen Fehde begriffene Hauptparteien theilen, (indem die eine ſich von der Sklaverei der Dinge an ſich losgemacht hat, alles aus ſich ſelbſt (aus dem Erkenntnißvermögen) ſchöpfen will (obſchon der Fond dazu nicht hinlänglich ſeyn möchte) und alle diejenigen, die nicht Freiheit (in dem abſoluten Sinn des Wortes) zur Loſung haben, ohne Gnade an den Laternenpfahl knüpft; die andere dagegen allerhand Kabalen ſchmiedet, um die (wie ſie es nennen) geſezmäßige Oberherrſchaft der Metaphyſik wieder herzuſtellen,) daß ſich dieſe Parteien, ſo bald als möglich, unter einander vergleichen, und mit vereinigten Kräften auf Erweiterung unſrer Erkenntniß arbeiten ſollen. Der Unterſchied zwiſchen der dogmatiſchen und kritiſchen Vorſtellungsart mag an ſich noch ſo groß ſeyn, ſo hat er doch auf unſre reale ſich auf beſtimmte Objekte der Natur beziehende Erkenntniß nicht den mindeſten Einfluß.

Die Metaphyſik war von Ewigkeit her unfruchtbar; die kritiſche Philoſophie ſoll, wie einige ihrer Liebhaber behaupten mit wichtigen Folgen

ſchwanger ſeyn; die aber einige Kenner für bloßen Wind erklären. Macht aus der Seele was ihr wollt; ein logiſches Subjekt, eine Einheit des Bewuſtſeyns, oder ein reales Objekt, eine einfache Subſtanz, und demonſtrirt daraus ihre Unſterblichkeit! Mag die Vorſtellung von Gott eine nothwendige Idee, oder ein realer Begriff eines nothwendigen Weſens ſeyn! Demonſtrirt einen Gott aus der Moral, oder eine Moral aus Gott; laßt beide abhängig oder unabhängig von einander ſeyn! Wohin wird dieſes alles Euch führen, und welchen richtigen Gebrauch könnt Ihr davon machen?

Aber ſind dieſe Wahrheiten nicht ſchon an ſich wichtig genug und erfodern ſie nicht, wenn auch nur in dieſer Rückſicht, alle unſere Aufmerkſamkeit?

Ich muß geſtehen, daß ich keine andere Wahrheiten für wichtig erkenne, als ſolche, die entweder wegen ihres praktiſchen Gebrauchs im gemeinen Leben, oder wegen ihres theoretiſchen Gebrauchs in Erfindung neuer Wahrheiten vielen Einfluß haben. Sind aber die gedachten Wahrheiten von dieſer Art?

Ich erkenne die Wichtigkeit von der Feſtſetzung nothwendiger und allgemeingültiger Prinzipien; aber ich fordere zugleich, daß ſie Prinzipien überhaupt, d. h. Quellen neuer Wahrheiten, ſeyn ſollen, weil ſie ſonſt zwar als Wahrheiten an ſich nothwendig und allgemeingültig, aber keine Prinzipien ſeyn können, die aus der Erfahrung bekannten Geſetze der Aſſociation in der empyriſchen Pſychologie; der Attrakzion, Repulſion u. dgl. in der Naturlehre, ſind zwar blos komparativ- nicht aber abſolut nothwendig und allgemeingültig; aber deſſen ungeachtet fruchtbar an vielen, mit einem hohen Grade der Zuverläßigkeit daraus zu ziehenden Folgerungen, deren ſich jene transzendentalen oder metaphyſiſchen Prinzipien nicht rühmen können.

Ich weiß, daß ich mir durch dieſe meine Freimüthigkeit, vt ſunt mores eruditorum, eine harte Kritik zuziehen werde. Aber ich ſchäze die Wahrheit über alles, die alle parteiiſche Kritiken dieſer Art überleben wird. Berlin am 24ſten März 1793.

Salomon Maimon.

Einleitung.

Die Form, unter welcher Newton ſeine philoſophiſchen Entdeckungen bekannt gemacht hat, hindert diejenigen, die ſich nicht beſonders mit dem Studium der Mathematik abgegeben haben, eine deutliche Kenntniß davon zu erlangen. Einſt hatte er wirklich den Vorſatz gefaßt, den Theil ſeiner Erfindungen, der aufs Weltſyſtem Bezug hat, der allgemeinen Faſſungskraft näher zu bringen; allein nach reiflicher Ueberlegung gab er dieſen Plan wieder auf. Durch die Natur ſeiner Entdeckungen war es ihm ſchlechterdings unmöglich gemacht, anders als aus geometriſchen Grundſätzen ihre Richtigkeit nach der Strenge zu erweiſen, und er beſorgte alſo, diejenigen, welche das ganze Gewicht ſeiner Beweiſe nicht fühlen konnten, möchten wenige Neigung haben, neue Meinungen, die ſo weit von den bis dahin allgemein angenommenen abwichen, annehmen zu wollen. Dieß bewog ihn, bloß für mathematiſche Leſer zu ſchreiben, er gab ſich weiter keine Mühe, ſeine Grundſätze auch denen verſtändlich zu machen, die ſeine Art zu ſchließen nicht verſtanden, und alſo unmöglich bei der erſten Bekanntmachung ſeiner Entdeckungen von ihrer Richtigkeit überzeugt werden konnten. Jezt aber, da Newton's Lehre durch den einſtimmigen

Beifall aller, die ſie einſehen können, gleichſam feſtge- ſtellt iſt, jezt hat man Urſache zu wünſchen, daß die Entdeckungen, die er in der Philoſophie gemacht hat, allgemein bekannt ſeyn möchten. Bloß in dieſer Abſicht habe ich dies Werk geſchrieben, und darum allein über- gebe ichs der Welt.

Man hat ſehr richtig angemerkt, daß nichts un- ſrer Seele angemeſſener ſey, als Erkenntniß der Wahr- heit; und daß das Verlangen darnach für alle Men- ſchen etwas ſehr anziehendes habe: der Vortheil in dieſer Abſicht andere zu übertreffen, ſcheint ihnen von ſehr großem Werth, und ſie ſchämen ſich dagegen, un- wiſſend zu ſeyn, oder in Irrthümer zu gerathen. Nir- gends leuchtet dies Verlangen deutlicher hervor, als aus der Begierde, womit ſich faſt jedermann auf die Erforſchung der Naturwirkungen legt. Auch wird es nicht ſchwer halten, den Grund einer ſolchen Leiden- ſchaft anzugeben, wenn man bedenkt, daß unſer Durſt nach Kenntniſſen eine Folge von jenem Geſchmack für das Schöne iſt, worinn einer der größten Vorzüge des Menſchen vor den Thieren liegt. Die Thiere, denen die Vernunft verſagt iſt, theilen mit uns die Vergnü- gen, die aus den Sinnen und aus den körperlichen Begierden entſpringen; allein in unſern Seelen liegt zugleich ein weit höherer Sinn, durch den wir für Em- pfindungen empfänglich ſind, welche die Thiere nim- mermehr fühlen können. Daher dieſer Reiz, den wir in allem finden, was Anmuth und Zierlichkeit heißt,

es

es liege in Gedanken oder in Handlungen. Der Geſichtskreis der menſchlichen Seele iſt zu weit, als daß ſie ſich allein auf dasjenige einſchränken könnte, was mit der Fürſorge für die Bedürfniſſe des Lebens in Beziehung ſteht. Daher der Urſprung der Dichtkunſt, der Beredſamkeit, und faſt aller Künſte: und eben daher auch das Vergnügen, welches deutliche Begriffe in uns hervorbringen, und das ſo mächtige Verlangen nach Erweiterung unſrer Einſichten. Unter allen Gegenſtänden unſers Forſchens aber iſt nichts entzückender als das Schauſpiel der Natur; denn der Urheber unſers Daſeyns hat eine ſo große Uebereinſtimmung zwiſchen unſerm Geſchmack und zwiſchen unſrer Lage hervorzubringen gewußt, daß wir uns beim Anblick ſeiner göttlichen Werke von Verwunderung gleichſam hingeriſſen fühlen.

Wenn aber Geiſter, die für das Denken geſchaffen ſind, von Natur einen Reiz darinn finden, dem Studium der natürlichen Philoſophie nachzuhängen, ſo muß dieſer Reiz um vieles erhöht ſeyn, ſeitdem Newton ſo große Fortſchritte auf dem richtigen Wege gemacht hat, der zur Kenntniß der Natur führt. Bis auf ihn hatte man einen ſo erheblichen Gegenſtand mit erſtaunlicher Nachläßigkeit behandelt. Einige wenige Weltweiſe ausgenommen, die einer vernünftigen Methode nachgingen und dadurch das Glück hatten, einige Lichtſtrahlen aufzufaſſen, vermittelſt deren ſie die Urſachen einiger wenigen Phänomene enthüllten, haben

die übrigen Schriftſteller über die Phyſik dieſe Wiſſenſchaft gerade ſo abgehandelt, als wenn ſie zu verſtehn geben wollten, daß ſie ſelbſt aller Hoffnung, jemals zum geringſten Grade von Gewißheit zu gelangen, gänzlich entſagt hätten. Sie waren gewohnt, Muthmaßungen zu wagen, die ſie als Wahrheiten anſahn, ſo bald ſie nur irgend eine Art von Beziehung zwiſchen ihnen und den Erſcheinungen wahrnahmen. So gänzlich außer Stande von irgend etwas Grund anzugeben, unternahmen ſie dennoch nichts geringeres als ganze Syſteme, und verſprachen ſehr zuverſichtlich, alle Tiefen der Natur zu ergründen, als wenn einige ſchwache und oberflächliche Anſtrengungen des menſchlichen Verſtandes ſchon hinreichend wären, um die verborgenen Urſachen der Naturwirkungen auszuſpähn, die von einer unendlichen Weisheit erdacht und angeordnet ſind. Dies war ihre Verfahrungsart, da es doch durchaus kein anderes Mittel giebt, bei einem ſo ſchweren Unternehmen glücklich zu ſeyn, als wenn man Schritt vor Schritt mit aller möglichen Aufmerkſamkeit und Anſtrengung fortſchreitet. Bei alle dem wird der größte Theil der Naturwunder für uns ein unauflösliches Räthſel bleiben.

Dieſe Nachläßigkeit in Anwendung der gehörigen Mittel zur Erweiterung unſrer Kenntniſſe, verbunden mit der Verwegenheit des Unternehmens ſelbſt, ſah ſchon der berühmte Baco für ein Hinderniß an, wodurch alle Fortſchritte in der Naturkunde auf immer

gehemmt

gehemmt werden müſten a). Dieſer große Mann ſchrieb zuerſt geradezu gegen ſolch eine Art zu philoſophiren und zeigte die Ungereimtheit derſelben in ſeinem vortreflichen Werke, das er Novum Organum Scientiarum nannte. In eben dieſem Werk hat er die richtige Methode angegeben, welcher man folgen muß.

Man kann, ſpricht er, nur zwei Wege einſchlagen, um zur Kenntniß der Natur zu gelangen. Entweder man ſpringt unbedachtſam von einigen obenhin gemachten Beobachtungen über die Dinge zu allgemeinen Grundſätzen, und bauet hernach ohne weitere Prüfung ein Syſtem auf dieſe Grundſätze, als wenn es lauter gewiſſe und unwiderlegliche Principien wären; oder man geht auch (und dieſe Methode erklärt er für die einzige taugliche, die aber bis zu ſeiner Zeit noch nicht gebraucht worden war) vorſichtig und mit abgemeſſenen Schritten vorwärts, und ſetzt die Feſtſtellung allgemeiner Grundſätze, als das letzte Reſultat unſers Forſchens, immer weiter hinaus b). Was die erſte dieſer beiden Methoden anbetrift, die ſich das Recht anmaaßt, vermittelſt einiger nichtsbedeutenden Diſtinctionen die Schwierigkeiten aufzulöſen, die man einigen ihrer vermeintlichen Grundſätze entgegenſtellt c); ſo behauptet er, daß ſie von keinem glücklichen Erfolg ſeyn könnte, wenn ſich gleich das ganze menſchliche Geſchlecht bis

a) Nov. Org. Scient. L. I. Aph, 9. b) Ib. ibid. Aph. 19

c) Ibid. Aph. 25.

bis an der Welt Ende darauf legte, weil dieſer urſprüngliche Fehler im erſten Verdauen der Seele (um ſeine Ausdrücke beizubehalten) ſich in der Folge nicht wieder verbeſſern läßt [d]). Dadurch wollte er anzeigen, daß man, wenn man einen falſchen Weg einſchlägt, zwar vorwärts komme, aber nimmer das Ziel erreichen kann. Man hat ſich deſto mehr vor dem Unfall zu fürchten, daß man das Ziel nicht erreichen werde, da nur ein ſchmaler Fußſteig zu ihm führt. Wer dieſen Fußſteig nicht findet und dennoch vorwärts dringen will, muß ſich ſchlechterdings auf dem weiten Gefilde der Natur verirren.

Um zu beweiſen, wie unmöglich es ſei, daß man bei einer ſo unrichtigen Art zu philoſophiren glücklich ſeyn könne, zählt Baco eine Menge falſcher Begriffe auf, womit unſre Seele gleichſam angefüllt iſt, Begriffe, die ſelbſt für diejenigen gefährlich werden, die auch ſo glücklich ſind, den richtigen Weg zu treffen, der zur Erkenntniß der Natur führt [e]).

Dieſer vortrefliche Schriftſteller hat die falſchen Vorſtellungen, die hiebei in Betracht kommen, unter vier Hauptclaſſen gebracht [f]).

Die erſte dieſer Claſſen enthält die Vorurtheile, denen wir als Menſchen, durch die Unvollkommenheiten

d) Errores radicales et in prima digeſtione mentis ab excellentia functionum et remediorum ſequentium non curantur.

e) Aph. 38. f) Aph. 39.

ten unſrer Sinne und unſrer Seelenkräfte unterworfen ſind g): indem die Feinheit der Natur, wie dieſer ſcharfſinnige Schriftſteller ſehr wohl bemerkt, ungleich größer iſt, als die Feinheit unſrer Sinne und unſrer feinſten Schlüſſe h). In dieſe Claſſe rechnet er unſre Neigung, den natürlichen Dingen eine gewiſſe Einfachheit und Regelmäßigkeit zuzuſchreiben, die blos in unſrer Einbildungskraft wirklich ſind. Er erläutert ſeine Gedanken durch folgende Beiſpiele: die Meinung, daß die Planeten ſich in vollkommenen Kreislinien bewegen — die Aufzählung des Feuers unter den Elementen, das die drei andern Elemente umgränzen ſoll — und die Vorausſetzung, daß jedes dieſer Elemente, wenn man bei der Erde anfängt, gerade zehnmahl feiner iſt, als das vorhergehende i). Hierher gehört auch die unerweisliche Behauptung des Descartes, daß alle Körper nur aus dreierlei Materien beſtehn k); ſo wie auch die Meinung eines andern Weltweiſen, daß das Licht, wenn es durch verſchiedene Mittel geht, gerade die Brechung erleidet, wodurch ſeine Bewegung am meiſten erleichtert wird l). Die zweite Neigung zum Irrthum, die Baco unter dieſer erſten Hauptclaſſe begreift, iſt die Vorliebe aller Menſchen für alle Meinungen, die ſie einmahl angenommen und eine Zeitlang gehegt haben. Aus dieſer Art von Wohlwollen für dieſe Meinungen ſuchen ſie die Erſcheinungen mit denſelben zu ver-

g) Aph. 41. h) Aph. 10. 24. i) Aph. 45. k) Descartes Princ. Phil. part. 3. §. 52. l) Fermat. in Oper. p. 156.

vereinigen, und überſehn eben deshalb alles, was einer Vereinigung, die ihnen ſo angenehm iſt, hinderlich ſeyn möchte. Gerade auf dieſe Weiſe verfahren diejenigen, die der Sterndeuterei nachhängen, oder an Träume glauben und überhaupt alle, die einen ähnlichen Aberglauben hegen. Dieſe Leute behalten ſehr ſorgfältig jede Kleinigkeit, die nur zur Beſtärkung ihrer Vorurtheile dienen kann, und vergeſſen alles, was im Stande wäre, ſie zu zerſtören m). Auch giebt es noch ein anderes Hinderniß, wodurch die Erlangung aller wahren Einſichten erſchwert wird, und welches dieſer bewundernswerthe Schriftſteller ebenfalls unter dieſer Rubrik aufführt, nämlich: wegen der Schwachheit und Unvollkommenheit unſrer Sinne entgehen unſrer Wahrnehmung viele Dinge, die auf die Hervorbringung der Naturwirkungen den größten Einfluß haben, und unſre Seelen werden am meiſten durch die gereizt, die den ſtärkſten Eindruck auf unſre Empfindungswerkzeuge machen, und eben daher unſre Aufmerkſamkeit verwirren n). Dies iſt der Grund, warum Descartes und ſeine Anhänger, da ſie die Geſtalt und Bewegung der Körper deutlicher als ihre übrigen Eigenſchaften wahrnahmen, auch bloß von der Geſtalt und der Bewegung der Theile in der Materie ihre Erklärungen aller Naturerſcheinungen hergeleitet haben. Auch merkt Baco an, daß dieſe Quelle des Irrthums die wichtigſte unter allen iſt o), weil ſie zum vorzüglichſten Prin-

m) Aph. 46. n) Aph. 50. o) Aph. 50

Princip in einem Syſtem der Philoſophie gedient hat, das vor noch kurzer Zeit allgemein angenommen war.

Dies ſind die hauptſächlichſten Untereintheilungen, worinn dieſer Schriftſteller die erſte Claſſe unſrer falſchen Begriffe eintheilt. Die zweite begreift die Irrthümer in ſich, denen die verſchiedenen einzelnen Menſchen unterworfen ſind p). Einer davon folgt aus einer ſchon angeführten Bemerkung; denn ſo wie wir alle dazu geneigt ſind, uns von Vorurtheilen beherrſchen zu laſſen, ſo iſt auch die Naturkunde beſonders durch die ſtarke Vorliebe erſtaunlich verunſtaltet worden, die manche Männer für dieſen oder jenen Theil der Wiſſenſchaft hegten, worinn ſie ſich für Erfinder anſahn, oder worauf ſie einen beträchtlichen Theil ihrer Zeit verwandt hatten. Sie ſetzten ſich gar leicht in den Kopf, daß dieſer Theil beim Studium der Naturphiloſophie von weit größerm Gebrauch ſeyn müſſe, als er es in der That iſt. Ariſtoteles z. B. verwandelte ſeine Phyſik in dialectiſche Spitzfindigkeiten; und die Chemiker haben behauptet, daß man nur vermittelſt ihres Feuers in den Schooß der Natur hineindringen könne q). Einige ſind durch eine übertriebene Verehrung der Alten verblendet, andere durch eine noch weit lächerlichere Vorliebe für die Neuern; denn es giebt nur ſehr wenige, die gelehrt und einſichtsvoll genug wären, um den Alten und den Neuern genaue

Gerech-

p) Aph. 53. q) Aph. 54.

Gerechtigkeit wiederfahren zu laſſen r). Baco fügt hiebei noch die Richtung des Geiſtes hinzu, die man bei den meiſten Menſchen wahrnimmt, und vermöge welcher einige ſehr geneigt ſind, die Aehnlichkeiten an den Dingen zu bemerken, andre aber das Talent beſitzen, ihren Unterſchied aufzufaſſen. Beide Neigungen ſind von ſehr großem Nutzen, nur müſſen ſie in gewiſſen Schranken bleiben, und niemanden zu allgemeinen Behauptungen oder zu unnützen Spitzfindigkeiten verleiten s).

Eine dritte Quelle falſcher Begriffe iſt nach Baco die Gewohnheit, ſich im gewöhnlichen Sprachgebrauch unbeſtimmter Ausdrücke zu bedienen, wodurch eine unendliche Menge von Wortſtreitigkeiten in philoſophiſchen Unterſuchungen entſtanden iſt, wie dies ein andrer großer Weltweiſer t) nachher weitläuftiger aus einander geſetzt hat. Dies geht ſo weit, daß Baco ſogar der Meinung iſt, eine ſorgfältige Erklärung aller Ausdrücke ſei noch nicht einmal hinlänglich, um dieſer Unbequemlichkeit abzuhelfen u). Hierinn möchte er auch wohl Recht haben; denn die gewöhnliche ſchwankende Bedeutung der Worte, wird ſelbſt alsdann, wann ſie durch Erklärungen näher beſtimmt iſt, noch der Seele vorſchweben, und man wird unaufhörlich auf ſeiner Hut ſeyn müſſen. Ein auffallendes Beiſpiel davon haben

r) Aph. 56. s) Aph. 55. t) Locke de l'Entendement Humain L. III. u) Nov. Org. Aph. 59.

haben wir an den berühmten Streitigkeiten, die in der Philoſophie über den Gebrauch des Worts Attraction (anziehende Kraft) entſtanden ſind — ein Wort, deſſen wir in der Folge beſonders werden erwähnen müſſen [v]). Die Ausdrücke, bei deren Gebrauch man ſo vorzüglich behutſam ſeyn muß, ſind hauptſächlich von zweierlei Art. Einige ſind Nahmen für bloß ſelbſterdachte Dinge [w]), und müſſen eben deshalb ſchlechterdings ausgemärzt werden; allein andre gehen auf etwas Wirkliches, obgleich ihre Bedeutung nicht völlig genau beſtimmt iſt [x]). Die letztern muß man allerdings beibehalten, aber ihre Bedeutung muß aufgeklärt und, ſo weit es nur möglich iſt, von aller Dunkelheit frei gemacht werden.

Die letzte Hauptclaſſe von Irrthümern begreift diejenigen in ſich, die aus den verſchiedenen Secten der falſchen Philoſophie entſtehn. Unſer Schriftſteller zeichnet drei darunter als vorzüglich aus: i. Secten der Sophiſten, der Empiriker und der Abergläubigen [y]). Unter der erſten denkt er ſich eine Philoſophie, die ſich auf bloße Speculationen ohne Erfahrungen ſtützt [z]): in der zweiten hängt man blind an den Erfahrungen, ohne durch die Hülfe der Vernunft einigen Vortheil davon zu ziehn [a]): und die letzte beſteht in irrigen Begrif-

fen

v) Am Schluß dieſes Werks. w) Nov. Org. L. I. Aph. 59. x) Ibid. Aph. 60. Ibid. Aph. 62. z) Aph. 63. a) Aph. 64.

ſen von der Natur, die, durch irgend eine falſche Religion oder durch irgend eine falſche Auslegung der wahren, der Seele eingeprägt ſind [b]).

Dies ſind die vier Hauptquellen, woraus nach der Meinung unſers ſcharfſinnigen Denkers die Irrthümer der Weltweisheit zu uns gefloſſen ſind; und er macht die ſehr richtige Bemerkung, daß die unrichtige Methode in der Philoſophie, gegen die er zu Felde zieht [c]), ſehr zu ihrer Befeſtigung dient, anſtatt daß ſie dazu beitragen ſollte, dieſe Vorurtheile aus dem Wege zu räumen [d]). Mit Recht nennt alſo dieſer große Geiſt eine ſolche Philoſophie die Mutter des Irrthums und die Todfeindin aller Wiſſenſchaft [e]). In der That, was kann man auch anders einerndten, als Irrthümer, wenn man in Anſehung der Geſetze und der Werke der Natur ſo anmaßend verfährt? Beſitzen wir Weisheit genug zur Bildung einer Welt, und iſt eine leichte Anſtrengung unſrer Aufmerkſamkeit ſchon hinreichend, um die geheimſten Triebwerke zu enthüllen, vermittelſt welcher Gott dieſe materielle Welt regiert, und um uns zu den erſten Grundgeſetzen der Dinge hinaufzuſchwingen? Welche abentheuerlichen Hirngeſpinſte hat nicht dieſe unſinnige Methode ans Licht gebracht? Welche Hypotheſe, auch der ſcharfſinnigſten Köpfe, iſt nicht, nach einer aufmerkſamen Prüfung nicht allein über den Hau-

ſen

b) Aph. 65. c) Supr. §. 4, 5. d) Nov. Org. L. I. Aph. 69.
e) Ibid.

ſen geworfen, ſondern ſogar lächerlich und ungereimt gefunden worden? Jeder neue Schritt in der wundervollen Wiſſenſchaft der Natur entdeckt uns immer mehr die Eitelkeit unſrer Muthmaßungen. Harvey ſtürzte durch die einzige Entdeckung vom Umlauf des Geblüts alle Lehrgebäude über die thieriſche Oekonomie von Grund aus um, die man ſeit mehreren Jahrhunderten errichtet hatte. Aſellius zeigte durch die Entdeckung der Milchgefäße, wie unrichtig Naturforſcher und Philoſophen ſich eingebildet hatten, daß der nahrhafte Theil der Speiſen von den Blutadern eingeſogen würde, da wo dieſelben mit den Eingeweiden in Gemeinſchaft ſtehn: Pecquet bewies hernach, als er den Bruſtgang des Milchſafts entdeckte, eben ſo augenſcheinlich, wie weit man von der Wahrheit entfernt war, als man noch nach der Entdeckung der Milchgefäße darauf beharrte, daß der Nahrungsbrei ſogleich in die Leber gebracht und dort in Blut verwandelt werde.

Da es nach dieſem allen ſehr einleuchtend war, wie ungereimt es ſei, ein Naturſyſtem auf Muthmaßungen zu gründen, weil die Erfahrung uns lehrt, wie weit die Naturwirkungen über unſre ſchwachen Begriffe davon erhaben ſind; ſo zeigt anderntheils der erſtaunliche Erfolg einer vernünftigeren Methode, daß der Urheber unſers Daſeyns uns nicht durchaus aller Mittel beraubt hat, uns in der Betrachtung ſeiner Weisheit zu freuen. Baco ſelbſt verſichert, daß man auf dem richtigen Wege in Erforſchung der Natur un-

aus-

ausbleiblich zu den erhabenſten Entdeckungen gelangen müſſe, und beruft ſich auf die Erfahrung des menſchlichen Geſchlechts. Wenn man jemandem, ſpricht er, die Gewalt der Kanonen beſchriebe, der dieſe mörderiſchen Werkzeuge bloß nach ihren Wirkungen kennte, ſo möchte er mit einigem Schein von Vernunft vorausſetzen, daß in ihrem Innern Räder und andere mechaniſche Werkzeuge auf eine ihm undenkbare Art mit einander verbunden wären; aber nimmermehr würde er darauf fallen, daß ihre unermeßliche Gewalt von einer beſondern Materie herrührt, die durch ihre Entzündung eine ſo heftige Wirkung hervorbringt: denn in der That würde er kein Beiſpiel einer ſo erſtaunlichen Erſcheinung anders entdecken, als in den Erdbeben und im Gewitter, die er wahrſcheinlich für erhöhte Kräfte der Natur anſehn würde, welche bei weitem alles übertrafen, was der Menſch durch die Kunſt nachahmen kann. Eben ſo, wenn jemand, der nicht wüſte, was die Seide iſt, ein ſeidenes Kleid ſähe; ſo würde es ihm warlich nicht einfallen, daß ein ſo ſtarker Zeug von einem kleinen Inſect geſponnen und aus den Eingeweiden dieſes Thiers gekommen ſei: er würde es vielmehr für ein ähnliches Product als Wolle, Baumwolle oder Leinwand halten. Oder wenn uns jemand vor Erfindung der Magnetnadel geſagt hätte, ein anders Volk ſei im Stande, vermittelſt einer ſehr einfachen Maſchine, die Lage der Weltgegenden weit leichter auszufinden, als wir; was hätten wir uns anders dabei denken können, als daß die aſtronomiſchen Werkzeuge

dieſes

dieſes Volks zu dieſem Behuf bequemer ſeyn müſten, als die unſrigen? Eine ſo wunderbare Eigenſchaft, wie der Magnet an ſich hat, konnte vorher auch nicht einmahl gemuthmaßet werden f).

Nach den Grundſätzen dieſes Weltweiſen muß man niemals, unter welchem Vorwande es auch ſei, in Anſehung der Kräfte und Geſetze der Natur Muthmaßungen Raum geben, ſondern allen möglichen Fleiß auf die Erforſchung der wahren und wirklichen Geſetze wenden, wonach Gott die Welt regiert. Zuerſt muß der Philoſoph aufmerkſam darauf ſeyn, das was für ihn faßlich iſt von dem zu unterſcheiden, was ihm zu hoch liegt, er muß ſich nie für geſchickter und einſichtsvoller halten, als er in der That iſt, immer mit langſamen Schritten vorwärts ſchreiten, und nie einen Fuß weiter ſetzen, bis der andre vorher recht feſt ſteht; er muß ſtufenweiſe in der Erforſchung der Natururſachen weiter gehn; muß vorher die unmittelbare Urſache einer Erſcheinung gewiß wiſſen, ehe er an die Entdeckung der entfernteren denkt. So muß man die Weltweisheit vervollkommnen: dieſe Methode trachtet nicht nach erhabenen Speculationen, die ſich in den Wolken verlieren; aber darum iſt ſie nicht weniger vortheilhaft: wenn wir ſie befolgen, werden wir vielleicht den Unwiſſenden nicht ſehr einſichtsvoll ſcheinen, aber unſre wirk-

f) Nov. Org. L. I. Aph. 109.

wirklichen Kenntniſſe werden dadurch Gewißheit und Erweiterung erhalten. Auch würde man nur mit Unrecht dieſer Methode vorwerfen, daß die Anhänger einer Hypotheſe ſich anheiſchig machen, alles zu erklären. Das ſind leere Verſprechungen, die Newton niemals hat thun wollen; aber ohne etwas zu verſprechen, gab er dennoch viel. Uebrigens darf der Philoſoph nicht glauben, daß ſeine Mühe verloren ſei, wenn er bei einer entdeckten Urſache ſtille ſtehn muß, ohne zu einer entferntern, und noch weit weniger zu der allererſten Urſache der Erſcheinung, die er vor Augen hat, hinaufſteigen zu können; denn wenn er nur Eine Urſache hinlänglich darthut, ſo iſt er doch ſchon bis dahin in die wahre Einrichtung der Natur eingedrungen, er hat doch ſchon einen feſten Grundſtein zu dem Gebäude gelegt, das er in Zukunft vielleicht glücklich genug iſt aufzuführen. Er hat ſich nun den Weg frei gemacht, um zu entfernteren Urſachen zu gelangen, und kann unterdeſſen von der Einſicht in dieſe Mittelurſachen ſchon großen Vortheil ziehn. Darinn liegt der große Unterſchied zwiſchen wahrer und falſcher Philoſophie, daß die erſte die natürlichen Urſachen zu wirklichem Vortheil anwendet. Wozu aber können chimäriſche Urſachen dienen, die nur auf Hypotheſen gegründet ſind? Aus dem was wir eben über die entfernteren Urſachen geſagt haben, folgt, daß jede Entdeckung einer nähern Urſache immer ſchon ſehr vortheilhaft ſeyn muß. Wir wiſſen z. B. daß das Waſſer in den Pumpen wegen des Drucks, den die Schwere oder die Elaſticität der Luft hervor-

hervorbringt, in die Höhe ſteigt; und ob wir gleich die erſten Urſachen dieſer Elaſticität und dieſer Schwere zu entdecken nicht im Stande ſind; ſo muß uns doch die bloße Kenntniß dieſer Eigenſchaften der Luft ſchon Vortheil ſchaffen. Wenn wir den Grad der Kraft angeben können, womit ſie wirken, ſo werden wir zu berechnen vermögen, was man von ihnen erwarten darf, und welches die größte Höhe ſey, bis zu welcher das Waſſer in der Pumpe gehoben wird: Dies wird uns ſchon davon abhalten, daß wir uns keine unnütze Mühe darum geben, die Wirkung dieſer Maſchienen höher, als ihre Natur es erlaubt, treiben zu wollen, anſtatt daß wir ſonſt viel Zeit und Mühe bei ſolch einem Unternehmen hätten verlieren können. Welch einen beträchtlichen Theil ihrer Muße haben nicht die Naturforſcher vergebens darauf verwandt, die Teleſcope dadurch zu vervollkommnen, daß ſie den Gläſern eine neue Geſtalt gäben, bis Newton bewies, daß die Wirkungen der Fernröhre durch eine andre als die angenommene Urſache eingeſchränkt würden — durch eine Urſache, welcher man ſchlechterdings durch keine Veränderung in der Geſtalt des Glaſes abhelfen könnte? Wir werden es in der Folge auseinanderſetzen, wie Newton verfuhr, um die Wirkungen der Fernröhre zu erhöhen und zu verbeſſern g). Hier wollen wir lieber noch durch einige neue Beiſpiele den unterſcheidenden Charakter der wahren Philoſophie, wovon hier die Rede

 iſt,

g) B. III. C. 4.

iſt, ins Licht zu ſetzen ſuchen. Es war keine unwichtige Entdeckung, daß die Zuſammenziehung der Muskeln die Glieder der Thiere in Bewegung ſetzt, obgleich die erſte Urſache dieſes Zuſammenziehens uns verborgen iſt, und uns vielleicht auf immer unbekannt bleibt; denn die Entdeckung, wovon wir jezt ſprechen, ſo mittelmäßig ſie auch iſt, hat doch eine Menge von Gedanken über den wunderbaren Bau und über die Kraft der Muskeln veranlaßt. Die Einſicht, daß die Nerven bei allen thieriſchen Verrichtungen ſehr ſtark mitwirken, nähert uns ſchon mehr der erſten Urſache und öffnet unſern Speculationen über dieſe Materie ein weites Feld. Je weiter man hierinn fortrückt, deſto mehr iſt man im Stande, den Theilen des menſchlichen Körpers ihre natürliche Bewegung wieder zu geben, eben weil man die Stellen kennt, von wo dieſe Bewegung entſpringt: dieſe Nachforſchungen darum zu verabſäumen, weil man ſie nicht zu Ende bringen kann, würde höchſt lächerlich ſeyn. Alle Welt iſt darüber einſtimmig, daß Galiläi der Naturkunde einen weſentlichen Dienſt geleiſtet hat, als er bewies, wie wir in der Folge ſehen werden, daß die Kraft der Körper, die wir Schwere nennen, ſie mit einer gleichmäßig vermehrten Geſchwindigkeit gegen den Mittelpunkt der Erde treibt [h]); und daß ein Körper, den man vorwärts wirft, vermittelſt eben derſelben Kraft eine krumme Linie beſchreiben muß, welche die Geometer eine Parabel nennen [i]); indeſſen kennen wir

h) B. I. C. 2. §. 14. i) Ebend. §. 85. u. f.

wir doch die Urſache der Schwerkraft nicht. Allein obgleich wir den Urſprung dieſer Kraft nicht wiſſen: ſo können wir doch ihre Wirkungen beſtimmen. Jedermann weiß, wie viel Zeit ein gerade herabfallender Körper braucht, um von einer gegebenen Höhe zu fallen: wenn er vorwärts geworfen wird; ſo kennen wir zum voraus die Linie, die er beſchreibt; wir wiſſen zu beſtimmen, welche Richtung er nehmen, und mit welchem Grad von Geſchwindigkeit er geworfen werden muß, um ein vorgeſchriebenes Ziel zu treffen; und er wird mit einer Kraft dahin kommen, die man ebenfalls zum voraus angeben kann. Newton hat uns überdem gelehrt, daß ſich dieſe Schwerkraft bis an den Mond ausdehnt und eben die Wirkungen auf ihn äußert, die wir an einem jeden uns umgebenden Körper gewahr werden würden, wenn er in ſolch einer Entfernung von uns wäre [k]): er hat auch bewieſen, daß alle Planeten von der Schwerkraft der Sonne angezogen werden, und ſich unter einander anziehn; und daß die Bewegungen eines jeden von den Wirkungen dieſer Kraft abhängig ſind. Er hat alle dieſe Wahrheiten aus geometriſchen Grundſätzen hergeleitet, die gar nichts von ihrer Beweiskraft dadurch verlieren, daß man die Urſache nicht kennt, warum ſich zwei Körper gegenſeitig gegen einander neigen. Unter eben dieſem Vorwande könnte man eben ſo wohl die Neigung bezweifeln wollen, welche die Körper gegen den Mittelpunkt der Erde zieht, oder die eben angezeigten Sätze Galiläi's, die alle auf

eben

k) B. II. C. 3. §. 3. 4.

eben dieſem Grundſatz beruhn. Wie Galilái einleuchtender, als irgend jemand vor ihm darthat, was für Wirkungen in den Körpern durch ihre Neigung gegen die Erde hervorgebracht würden; ſo hat auch Newton durch die Entdeckung, daß ſich der Mond gegen unſre Erdkugel neigt, ſehr viel zur Erweiterung unſrer Kenntniſſe von den Bewegungen der Himmelskörper beigetragen. Dieſe Neigung, in Verbindung mit derjenigen, wovon er gegen die Sonne getrieben wird, hat ihn in den Stand geſezt, von den unregelmäßigen Bewegungen des Mondes beſſer Rechenſchaft geben zu können, als es irgend ein Sternkundiger durch die bloße Hülfe der Beobachtungen jemals vor ihm gekonnt hat [l]; auch findet man die Bewegung der Kometen, die eine beſondere Claſſe von Himmelskörpern ausmachen, jezt ziemlich genau beſtimmt, da man vordem nichts davon wuſte [m].

Man wird vielleicht glauben, daß ſo erſtaunliche Entdeckungen ſogleich ein verwunderungsvolles Stillſchweigen verurſachten; allein gerade das Gegentheil. Eben daher, weil dieſe Philoſophie ſich beſcheiden in den engen Gränzen hielt, die unſern Seelenkräften vorgeſchrieben ſind, eben daher, weil ſie mehr geneigt war, ihre Unwiſſenheit zu geſtehn, als ſie durch lächerliche Kunſtgriffe verheimlichen zu wollen, eben daher nahm man Gelegenheit zu dem Vorwurf, daß Newton wunderbare Urſachen und die qualitates occultas (verborgene Eigenſchaften) der Scholaſtiker einführen wolle.

Die

l) B. II. C. 3. m) C. 4.

Die erſte dieſer Anklagen iſt ſehr ſonderbar. Wenn man unter dem Namen wunderbarer Urſachen ſolche verſteht, die uns oft erſtaunlich ſcheinen; ſo kann man in dieſer Bemerkung nichts anſtößiges finden; denn aus allen Werken der Natur leuchtet ſo ſehr eine unbegränzte Weisheit und Macht hervor, daß ſie immer mehr unſre Verwunderung erregen müſſen, je näher wir ſie erkennen; und es iſt einleuchtend, daß man hier das Wort „wunderbar" nicht in der gewöhnlichen Bedeutung nehmen muß, weil hier vom gewöhnlichen Gange der Natur die Rede iſt. Der zweite Vorwurf, als wenn die Urſachen, die Newton angiebt, verborgenene Urſachen wären, weil er geſteht, daß er nicht weiß, wovon ſie abhängen, läuft auf eine wahre Zweideutigkeit hinaus. Die Anhänger der neutonianiſchen Philoſophie räumen nicht nur ein, daß es eine Menge von Dingen giebt, die ihnen verborgen ſind, ſondern ſie fordern ſogar, daß man auf dieſe Dinge beſonders merken ſoll, da es Gegenſtände ſind, die einer weitern Aufklärung bedürfen. Dies weicht doch warlich gar ſehr von dem Verfahren der Scholaſtiker mit ihren ſogenannten verborgenen Urſachen ab. Da die verborgenen Urſachen bei jenen auch ihre Wirkungen auf eine verborgene Art hervorbringen, deren Wahrnehmung uns unmöglich fällt; ſo haben ſie auch gar nicht weiter gehn wollen, und haben ihnen eine ungeheure Wirkſamkeit beigemeſſen, ohne durch das geringſte Phänomen dazu berechtigt zu ſeyn. Sie ſchrieben, zum Beiſpiel, das Steigen des Waſſers in einer Pumpe, ich

weiß nicht, was für einem Abſcheu der Natur vor dem Leeren zu, die ſie ihr beizulegen beliebten. Dieſe Bemerkung war nicht ganz ohne Sinn, weil ſich das Waſſer in einem Raum, wo ſonſt keine bemerkbare Materie vorhanden iſt, ſeiner Natur zuwider, in die Höhe bewegt; und weil alſo dieſer leere Raum, den man durch Erhebung des Stempels hervorgebracht hat, die ſcheinbare Urſache vom Steigen des Waſſers iſt. So lange wir aber nicht wuſten, wie dieſe Kraft, die man den Abſcheu vor der Leere nannte, ſichtbare Wirkungen hervorbrächte; bezeichnete man bloß eine beſondre Wirkung der Natur mit einem eignen Namen, anſtatt in der Erkenntniß derſelben weiter zu kommen. Da man dieſen vermeinten Abſcheu hernach allgemeiner machte, und ihn für eine ſo weſentliche Eigenſchaft aller Materie anſah, daß es gar keinen leeren Raum geben könne; ſo wurde die Ungereimtheit noch größer, als man endlich entdeckte, daß das Steigen des Waſſers nur durch den Druck der Luft bewirkt werde, und mit der Stärke dieſer Urſache gleiche Gränzen habe. Der ſcholaſtiſche Sprachgebrauch, der von den verborgenen Eigenſchaften als von eben ſo vielen weſentlichen Verſchiedenheiten in den Subſtanzen ſprach, woraus die Körper zuſammengeſezt ſind, war ganz gewiß etwas ſehr Unſinniges; weil er alles weitere Forſchen hemmte. Solche Folgen aber ſind bei der Betrachtung einiger Natururſachen, die man nicht für die erſten ausgiebt, durchaus nicht zu befürchten. Wie will man jemals anders bis zu den erſten Urſachen gelangen, als wenn man

man alle Urſachen geſammlet, die wir entdecken können? Sind alle urſprünglichen und weſentlichen Eigenſchaften der Materie ſo leicht zn finden, daß keine von ihnen unſerm Blick entgehen kann? Das iſt nicht ſonderlich wahrſcheinlich. Weit wahrſcheinlicher iſt es, daß, wenn uns durch Hülfe unſrer erſten Beobachtungen einige dieſer weſentlichen Eigenſchaften bekannt geworden ſind, eine tiefere Unterſuchung uns noch mehrere andere kennen lehren wird.

Um aber dieſen Artikel von den weſentlichen Eigenſchaften der Materie in ſein volles Licht zu ſetzen, muß man bedenken, daß die Materie, die Gott zur Bildung des Weltalls brauchte, gewiſſe Eigenſchaften beſitzt, wodurch ſie tauglich wird, dem Zweck Gottes bei ihrer Schöpfung zu entſprechen. Jede Eigenſchaft, die ein Partikelchen dieſer Materie beſitzt, und die nicht bloß eine Folge von der Vereinigung dieſes Partikelchens mit andern Theilen der Materie iſt, kann man eine weſentliche Eigenſchaft nennen: da hingegen alle übrigen den Körpern zukommenden Eigenſchaften, die aus ihrer beſondern Geſtalt oder Zuſammenſetzung entſpringen, der Materie, woraus ſolche Körper zuſammengeſetzt ſind, nicht weſentlich zukommen; weil man, um die Materie dieſer Körper ſolcher Eigenſchaften zu berauben, den Körper nur zerlegen darf, ohne in der urſprünglichen Beſchaffenheit eines einzigen Theilchens von dieſer materiellen Maſſe, irgend etwas zu verändern. Wir halten deshalb Ausdehnung und Undurchdringlichkeit für die zwei weſentlichen Eigenſchaften der

Ma-

Materie, weil beide von jedem ihrer Theilchen und von der erſten Vorſtellung, die in unſrer Seele entſteht, ſo bald wir an irgend einen Körper denken, unzertrennlich ſind. Da ſolch eine Vorſtellung nicht eine bloße Hervorbringung unſers Erkenntnißvermögens iſt, ſondern durch eine Subſtanz außer uns bewirkt wird; ſo müſſen wir — wenn wir entdecken, daß jeder Beſtandtheil dieſer Subſtanz, worinn wir dieſe Eigenſchaften finden, noch einige andere weſentliche Eigenſchaften hat — auch dieſe neuen Eigenſchaften, ſo bald wir ſie erkennen, als Merkmal in unſern allgemeinen Begriff von Materie aufnehmen. Wir wiſſen nicht, wie viel ſolcher Eigenſchaften es geben mag; diejenigen, die uns bekannt ſind, hat man durch verſchiedene Beobachtungen über die Naturerſcheinungen entdeckt. Wer kann uns aber ſagen, wie viel es ihrer noch giebt, die man in der Folge entdecken wird, da wir überdem auch nicht einmahl gewiß davon ſeyn können, daß wir alle Arten von Wahrnehmung beſitzen, die dazu erfordert werden mögen, ſie alle zu unterſcheiden? Weil uns alſo kein anderes Mittel zu Entdeckungen in der Natur möglich iſt, als daß wir die verſchiedenen Eigenſchaften der Körper nach einander zu entwickeln ſuchen; ſo müſſen wir anfänglich alle Eigenſchaften aufzählen, die wir nur gewahr werden; dann müſſen wir allen Fleiß daran wenden, die Eigenſchaften, die den Beſtandtheilen der Körper an und für ſich zukommen, von den ſcheinbaren zu unterſcheiden, die allein aus der Structur der zuſammengeſetzten Körper entſpringen. Einige Eigenſchaf-

ſchaften, die wir an den Dingen wahrnehmen, kommen nur gewiſſen Körpern zu; andere aber allen Körpern ohne Ausnahme. Die Unvollkommenheit unſrer Kenntniſſe hindert uns oft daran, zu entſcheiden, ob nicht dieſe oder jene Eigenſchaft einzelner Körper von der Verſchiedenheit der Materie herrühre, woraus ſie zuſammengeſetzt ſind; ob wir uns gleich bis jezt faſt nicht enthalten können zu glauben, daß alle Körper, zu deren Unterſuchung wir bisher Gelegenheit gehabt haben, aus einer und eben derſelben Materie beſtehn, und daß ihre eigenthümlichen Eigenſchaften nur von ihrer Zuſammenſetzung herrühren: da die Mannichfaltigkeit dieſer Zuſammenſetzung es ſehr wohl bewirken kann, daß die allgemeinen und wirkſamen Eigenſchaften der Materie verſchiedene Wirkungen hervorbringen. Von der andern Seite dürfen wir aber auch nicht den übereilten Schluß machen, daß das, was wir an jeder Materie finden, zu deren Unterſuchung wir bis jezt Gelegenheit gehabt haben, darum ſchon eine weſentliche Eigenſchaft der Materie überhaupt ſeyn müſſe, und nicht von irgend einer unſichtbaren Anordnung in der Natur herrühren könne. Newton hat dargethan, daß die Schwere eine allgemeine Eigenſchaft aller Körper des Weltalls ſei, die in unſre Sinne fallen, und daß ſie jedem Beſtandtheil der Materie zukomme, woraus dieſe Körper zuſammengeſetzt ſind. Nirgends behauptet er aber, daß dieſe Eigenſchaft der Materie weſentlich ſei. Er war ſo weit von einer ſolchen Behauptung entfernt, daß er im Gegentheil einige Muthmaßungen über die

Urſache dieſer Erſcheinung gewagt hat [n]); und er ſagt ausdrücklich, daß er dieſe Muthmaßungen bloß darum mittheilt, um ſeine Meinung in dieſer Hinſicht an den Tag zu legen [o]).

Hieraus erhellt, daß es ſchwer zu beſtimmen ſei, was für Eigenſchaften der Körper der Materie woraus ſie beſtehn, weſentlich zukommen, und was für andre von ihrem Bau und ihrer Zuſammenſetzung herrühren. So viel iſt aber gewiß, daß wir in der Philoſophie auf jede Eigenſchaft, die dieſem oder jenem Theil der Materie oder der Materie im Allgemeinen zukommt, aufmerkſam ſeyn müſſen, wenn wir einige Fortſchritte in dieſer Wiſſenſchaft machen wollen. In der Folge muß man, um neue Kenntniſſe zu erlangen, unterſuchen, ob ſich dieſe Eigenſchaften aus andern, die der Materie zukommen und uns ſchon bekannt ſind, herleiten laſſen. Dieſe Unterſuchung kann aber dann noch nicht Statt finden, wenn man noch erſt überlegt, ob man dieſe oder jene Beſchaffenheit als eine Eigenſchaft der Materie gelten laſſen will; dann dabei kommt es bloß darauf an, daß man das würkliche Daſeyn der Eigenſchaft darthue, wovon die Rede iſt. Man muß ſich alſo erſt deutliche Begriffe von der Art zu ſchließen machen, die man beim Nachdenken über die Werke der Natur für überzeugend halten muß, bevor man darüber entſcheidet, was für Urſachen von den Naturerſcheinungen man mit Recht in der Phyſik gelten laſſen darf.

Die

n) Am Ende ſeiner Optik. Fr. 21. o) Ebendaſelbſt Anm. 2.

Die Beweiſe ſind in der natürlichen Philoſophie nicht ſo ſtrenge als in der Mathematik; denn die Gegenſtände der letztern Wiſſenſchaft ſind bloße Vorſtellungen unſerer eignen Seele. Dieſe Vorſtellungen können unſern Sinnen an materiellen Gegenſtänden dargeſtellt werden, ſind aber darum nicht weniger willkührliche Erzeugniſſe unſrer Denkkraft: die Schlußart in der Geometrie muß alſo des höchſten Grades von Vollkommenheit fähig ſeyn, weil die Seele eine vollſtändige Kenntniß von ihren eignen Vorſtellungen hat. In der Phyſik aber liegt der Gegenſtand unſrer Betrachtung außer uns, und kann nicht eben ſo gut erkannt werden: daher muß unſre Art zu beweiſen hier etwas unter der gänzlichen Vollkommenheit bleiben. Hier kann man weiter nichts fordern, als daß man eine gehörige Mittelſtraße zwiſchen dem Geſchmack an Hypotheſen und Muthmaßungen, den wir oben beſtritten haben, und zwiſchen der unbilligen Forderung halte, daß alles nach der höchſten Strenge bewieſen werden ſoll: eine Forderung, wodurch die ganze Philoſophie zu einem bloßen Skeptizismus werden, und alle Hofnung zu einigen Fortſchritten in der Naturkenntniß vernichtet werden müſte.

Die Sätze, die Newton als Grundſätze voranſchickt, und die man ihm nicht gut abſtreiten kann, ſind in ſehr geringer Anzahl.

Der erſte iſt, daß man in der Philoſophie nicht mehr Urſachen gelten laſſen darf, als zur Erklärung der Naturerſcheinungen nöthig ſind. Dieſe Regel iſt allgemein angenommen, da alle Philoſophen, von wel-

cher

cher Secte ſie auch ſeyn mögen, einmüthig zugeſtehen, daß die Natur nichts vergebens thue, und daß man, wenn wenige Mittel zur Erreichung eines Zwecks hinreichend ſind, nicht mehrere anwenden darf. Dies iſt ſehr deutlich; denn wenn man es ſich erlaubte, die phyſiſchen Urſachen ohne Noth zu vervielfältigen, ſo würden alle unſre philoſophiſchen Unterſuchungen auf einen bloßen Pyrrhonismus hinauslaufen, weil wir das Daſeyn einer Urſache durch nichts weiter beweiſen können, als dadurch, daß ſie gewiſſe bekannte Wirkungen hervorbringen muß. Wann alſo Eine Urſache hinlänglich iſt; ſo wäre es verlorne Arbeit noch eine andre erdenken zu wollen, weil nach der Vernichtung dieſer zweiten Urſache die Wirkung doch noch eben ſo gut da ſeyn würde.

Sein zweiter Grundſatz iſt eine Folge des erſten, nämlich: ähnliche Wirkungen muß man gleichen Urſachen zuſchreiben. Das Athemholen z. B. geſchieht im Menſchen und in den Thieren durch gleiche Mittel; eben die Urſache, welche die Körper in Europa gegen den Mittelpunkt der Erde treibet, bringt auch in Amerika dieſe Wirkung hervor; das Licht wird auf unſrer Erde und auf den übrigen Planeten durch einerlei Kraft zurückgeworfen; und dergleichen mehr.

Der dritte Grundſatz, der eben ſo einleuchtend iſt, als die beiden vorigen, heißt: diejenigen Eigenſchaften der Körper, die ſich weder vermehren noch vermindern laſſen, und die den Körpern, womit man hat Verſuche anſtellen können, ohne Ausnahme zukommen, muß man für allgemeine Eigenſchaften aller Körper anſehn.

Auf

Auf dieſer Regel beruht die Inductionsmethode, ohne welche man unmöglich einige Fortſchritte in der natürlichen Philoſophie machen kann. Denn da wir nur durch Erfahrungen die Eigenſchaften der Körper kennen lernen, ſo haben wir kein anderes Mittel, die Eigenſchaften derer Körper zu entdecken, womit wir keine Erfahrungen anſtellen können, weil ſie außer unſerm Geſichtskreiſe liegen, als daß wir das auf ſie anwenden, was wir von denen Körpern wiſſen, die wir unterſucht haben. Nur muß man die Vorſicht beobachten, ſeine Schlüſſe auf keine zu geringe Anzahl von Verſuchen und Erfahrungen zu bauen, und auf alle Einwendungen zu achten, die man dagegen machen könnte, wie Baco ſehr ſcharfſinnig anmerkt p). Auch hat man dieſe Behutſamkeit gar nicht vernachläßigt, wenn man nach dieſer Regel allen Körpern Ausdehnung und Undurchdringlichkeit zuſchreibt, ob wir gleich keinen einzigen unmittelbaren Beweisgrund dafür haben, daß irgend ein himmliſcher Körper undurchdringlich ſey, oder daß den Fixſternen Ausdehnung zukomme: denn je vollkommener die Maſchinen ſind, vermittelſt deren wir ihre ſichtbare Größe zu beſtimmen ſuchen, deſto mehr ſcheint dieſe Größe abzunehmen; ſo daß alle bemerkbare Größe, die wir an ihnen wahrnehmen, weiter nichts als eine durch die funkelnde Bewegung ihres Lichts verurſachte optiſche Täuſchung zu ſeyn ſcheint. Indeſſen glaube ich doch nicht, daß man ihnen die Ausdehnung abſprechen wird,

p) Nov. Org. L. I. A. 105.

wird, obgleich ihre erſtaunliche Entfernung ſie unſern Augen unbemerkbar macht. Eben ſo, dünkt mich, werden wir das Recht haben zu Folge dieſer Methode zu ſchließen, daß allen Körpern des Weltalls die Schwere zukomme, wenn man beweiſen kann, daß ſich jeder Körper im Verhältniß der in ihm befindlichen feſten Materie gegen die Erde; daß ſich der Mond ebenfalls nach dem Verhältniß der in ihm enthaltenen Materie gegen die Erde; daß ſich das Meer gegen den Mond und alle Planeten gegen einander neigen, und daß ſelbſt die Kometen der Kraft der Schwere unterworfen ſind. In Anſehung der Schwere der Körper läßt ſich dieſe Methode noch beſſer anwenden, als in Anſehung der Undurchdringlichkeit, weil wir weit mehr Beiſpiele von der erſten als von der zweiten kennen.

Dies iſt die Inductionsmethode, worauf alle Philoſophie beruht. Unſer Verfaſſer giebt ihr noch einen neuen Grad von Genauigkeit und Stärke, indem er als einen unſtreitigen Grundſatz feſtſetzt, daß alles was uns die Induction liefert, trotz aller Hypotheſen, angenommen werden muß, bis wir durch neue Beobachtungen über die Natur gänzlich oder zum Theil eines Irrthums überführt werden.

Erſtes

Erſtes Buch.

Von der Bewegung der Körper überhaupt.

Erſtes Kapitel.

Von den Geſetzen der Bewegung.

Nachdem ich ſo auseinandergeſezt habe, welche Methode Newton in der Philoſophie befolgt hat, will ich jezt nähere Nachricht von ſeinen Entdeckungen geben, ſo wie ſie ſich in zweien ſeiner Werke befinden. In dem einen, welches den Titel hat: mathematiſche Grundſätze der natürlichen Philoſophie ſucht er zu zeigen, nach welchen Geſetzen die Bewegungen der Himmelskörper erfolgen; in dem zweiten, nämlich in ſeiner Optik handelt er von der Natur des Lichts und der Farben, und von der gegenſeitigen Wirkung der Körper und des Lichts auf einander. Dies zweite Werk betrift bloß das Licht, einige Muthmaßungen ausgenommen, die er gegen das Ende über andre bis jezt wenig bekannte Naturwirkungen vorträgt. In dem erſten Werke war unſer Verfaſſer gezwungen, ſich durch Auseinanderſetzung einiger allgemeinen Wahrheiten erſt eine Bahn zu brechen; denn einige der einfachſten Eigenſchaften der Materie waren

damals noch gewiſſermaßen unbekannt. Wir können alſo Newton's Lehren unter drei Hauptrubriken bringen, wovon jede den Gegenſtand für eins der drei folgenden Bücher ausmachen ſoll. Im erſten wird man finden, was Newton über die Bewegung der Körper überhaupt gelehrt hat; im zweiten will ich von der Bewegung der Himmelskörper handeln, und das dritte iſt zur Erklärung von den Erſcheinungen des Lichts beſtimmt.

Um den erſten Theil dieſes Plans auszuführen, muß ich gleich anfangs etwas von den allgemeinen Geſetzen der Bewegung ſagen.

Dieſe Geſetze ſind gewiſſe durch Erfahrung bewieſene, allgemeine Eigenſchaften der Materie, die uns bei allen unſern Schlüſſen über die Bewegung der Körper als Axiome dienen. Bekanntlich legen die Geometer bei ihren Demonſtrationen gewiſſe Wahrheiten zum Grunde, zu deren Beweis, wie ſie ſagen, die bloße Ausſage davon hinlänglich iſt: eben ſo müſſen alle unſre Schlußfolgen in der Philoſophie auf einige Eigenſchaften der Materie gebauet werden, die man als eben ſo viele allgemeingültige Begriffe anſieht. Doch ſind die Axiomen der Geometer und die, deren man ſich in der Philoſophie bedient, darinnen von einander unterſchieden, daß erſtere an und für ſich evident ſind, letztere aber ihre Evidenz nicht eben ſo weſentlich mit ſich führen und nur durch Hülfe der Erfahrung erkannt werden können. So bald uns indeſſen die Erfahrung irgend

eine

eine Eigenſchaft der Materie entdeckt, ſo liefert ſie uns dadurch zugleich ein Mittel, unſre Nachforſchungen weiter zu treiben. Uebrigens ſind dieſe Bewegungsgeſetze den Körpern ſo eigenthümlich, daß man keine Bewegung kennt, die ihnen nicht gemäß wäre. Newton hat ſie auf drei gebracht.

Das erſte Geſetz iſt: alle Körper ſind gleichgültig gegen Ruhe und Bewegung, ſo, daß ſie, wenn ſie ſich in Ruhe befinden, ſo lange darinn bleiben, bis irgend eine Kraft auf ſie wirkt, und ihren Züſtand ändert; daß ſie dagegen, wenn ſie einmahl in Bewegung ſind, darinn beharren und immer fortfahren, ſo wohl ſich ſtets in gerader Linie zu bewegen, auch nachdem ſie von der Kraft getrennt ſind, die ſie zuerſt in Bewegung ſezte, als auch denſelben Grad der Geſchwindigkeit beizubehalten, der ihnen anfangs mitgetheilt war, ohne anzuhalten und ohne auch etwas davon zu verlieren, wenn nicht eine neue Kraft auf ſie wirkt.

Das zweite Geſetz der Bewegung heißt: die Veränderung in dem Zuſtande eines Körpers, er mag nun von Ruhe zu Bewegung, oder von Bewegung zu Ruhe, oder auch von einem Grade der Bewegung zu einem andern übergehn, ſteht allemahl mit der dazu angewandten Kraft in gleichem Verhältniß. Wenn eine Kraft auf einen in Ruhe befindlichen Körper wirkt, ſo giebt der Körper dieſer Wirkung nach, und bewegt ſich nach der

Richtung, worinn dieſe Kraft auf ihn trift, und mit einem Grade von Geſchwindigkeit der mit dem Grade der Kraft verhältnißmäßig iſt. Iſt der Körper ſchon in Bewegung und eine Kraft wirkt aufs neue auf ihn in eben der Richtung, worinn er ſich bewegt; ſo wird die Bewegung des Körpers um ſo viel vermehrt werden, als ob dieſe Kraft den Körper in Ruhe angetroffen hätte: wenn aber die Kraft auf einen ſchon bewegten Körper in derjenigen Richtung wirkt, die der Richtung ſeiner erſten Bewegung gerade entgegenſteht; ſo wird dieſe Kraft die Bewegung des Körpers gerade um ſo viel verringern, als ſie dieſelbe im vorigen Fall vermehrt haben würde. Wenn endlich die Kraft in einer ſchiefen Richtung wirkt, ſo wird ſie eine ſchiefe Bewegung hervorbringen, die mehr oder weniger von der erſten Richtung abweicht, je nachdem der neue Eindruck größer oder geringer iſt. Wenn ſich z. B. der
Fig. 1. Körper A in der Richtung AB bewegt, und indem er in dem Punkt A iſt, einen neuen Eindruck in der Richtung AC bekommt, ſo wird er nun weder in ſeiner erſten Richtung AB bleiben, noch die neue Richtung AC annehmen, die er angenommen hätte, wenn er in Ruhe geweſen wäre; ſondern er wird ſich in der Linie AD bewegen, die zwiſchen dieſen beiden Richtungen liegt. Wenn die zulezt auf ihn wirkende Kraft gerade derjenigen gleich iſt, die anfangs den Körper in Bewegung geſezt hatte; ſo wird die Linie AD den Winkel BAC in zwei gleiche Theile theilen: iſt die zulezt wirkende Kraft größer als die erſte, ſo wird ſich die Linie AD mehr

gegen AC neigen, ſo wie ſie ſich mehr nach AB geneigt haben würde, wenn dieſer Eindruck ſchwächer als der erſte geweſen wäre.

Um die Lage der Linie AD im Allgemeinen zu beſtimmen, merke man folgendes. AE ſei die Linie, welche der Körper in einer gewiſſen Zeit durchlaufen wäre, wenn er nicht, da er in A war, einen neuen Stoß bekommen hätte. Eben ſo ſei AF derjenige Theil von der Linie AC, den der Körper in eben dieſer Zeit hätte durchlaufen müſſen, wenn er im Punct A in Ruhe geweſen wäre, als ihn der Stoß in der Richtung AC traf. Wenn man nun von E eine Linie, parallel mit AC und von F eine andre parallel mit AB zieht; ſo wird der Punkt, wo dieſe beiden Linien zuſammentreffen in der Linie AD liegen.

Das dritte Geſetz der Bewegung heißt: wenn ein Körper auf einen andern wirkt; ſo ſind die Wirkung dieſes Körpers auf den andern und die Gegenwirkung des andern auf den erſten einander gleich.

Dieſe Geſetze der Bewegung werden dadurch hinlänglich dargethan, daß alle in Anſehung der Bewegung der Körper daraus hergeleitete, wenn auch noch ſo verwickelte Folgen, mit der Erfahrung immer übereinſtimmig gefunden worden ſind. Dies wollen wir der Länge nach im folgenden Kapitel erweiſen. Ehe ich mich aber auf Beweiſe einlaſſe, die ein ſo groſses Detail fordern, will ich für jezt nur einige von denen

Er-

Erſcheinungen anführen, die uns die erſten Vorſtellungen von den Bewegungsgeſetzen gegeben haben.

Wir ſehn täglich, daß ein in Ruhe befindlicher Körper ſich nicht von ſelbſt in Bewegung ſezt, ſondern ſo lange an ſeiner Stelle bleibt, bis die Einwirkung irgend einer Kraft ihn davon fortbringt.

Außerdem beharrt auch ein Körper, der in Bewegung iſt, noch einige Zeit lang darinn, wenn die bewegende Kraft auch nicht mehr unmittelbar auf ihn wirkt. Wenn nun der Körper, nachdem ihn die bewegende Kraft verlaſſen hat, nur noch einen einzigen Augenblick ſeine Bewegung fortſezt; ſo kann man keinen Grund davon angeben, warum er ohne Dazwiſchenkunft irgend einer äußeren Urſache, irgend jemals ſtill ſtehn ſollte. Denn es iſt augenſcheinlich, daß dieſe Fortſetzung der Bewegung bloß durch die dem Körper ſchon beiwohnende Bewegung hervorgebracht wird, da die Wirkung der Kraft auf den Körper bloß darinn beſtanden hatte, daß ſie ihn in Bewegung ſezte: dieſe fortgeſezte Bewegung wird alſo auch ihrerſeits eine fernere Bewegung hervorbringen, und ſo ins Unendliche fort. Bloß das könnte man bezweifeln, ob dieſe mitgetheilte Bewegung noch völlig dieſelbe bleibt, nachdem die Kraft, wodurch ſie entſtanden iſt, zu wirken aufgehört hat, oder ob ſie nicht allmählig abnimmt, bis ſie endlich ganz aufhört. Um dieſen Zweifel heben zu können, muß man die Beweiſe, worauf die Geſetze der

Bewe-

Bewegung beruhn, aufmerkſam und genau prüfen, wie wir in dem folgenden Kapitel zeigen werden.

Endlich ſcheint es, als wenn die bewegten Körper eine gerade Linie beſchrieben, ohne ſich davon zu entfernen, wofern nicht eine neue auf ſie wirkende Kraft ſie davon abbringt. Wenn man einen Körper ganz gerade in die Höhe oder hinabwirft; ſo ſcheint er, während der ganzen Zeit ſeiner Bewegung in eben derſelben geraden Linie zu bleiben. Wird ein Körper in irgend einer andern Richtung geworfen; ſo entfernt er ſich von der Linie, worinn er ſich zu bewegen anfing, wegen ſeiner Schwere immer weiter gegen die Erde; weil aber der Körper ſtets in gerader Linie ſeine Bewegung fortſezt, wenn ſeine Schwere nicht die Richtung derſelben ändert; ſo entfernt ſich der Körper im andern Fall ohne allen Zweifel nur darum von ſeiner erſten Richtung, weil die Schwere ihn davon abbringt. Ob dieſes gleich keines Beweiſes zu bedürfen ſcheint; ſo werden wir doch nicht ermangeln, es im folgenden Kapitel darzuthun, wo wir von der ſchiefen Bewegung der Körper handeln werden.

Aus dem eben geſagten erhellt, wie ſich das erſte Bewegungsgeſetz mit den Erſcheinungen, die wir an den Körpern wahrnehmen, vereinigen laſſe. Man muß aber ohnehin noch bedenken, daß es uns unmöglich iſt, die wahre und abſolute Bewegung eines Körpers gewahr zu werden; denn wir ſelbſt ſind mit der Erde die wir bewohnen in einer ununterbrochenen Bewegung;

wegung; daß wir alſo die Bewegung der Körper immer nur in ſo fern wahrnehmen können, als ſie von der unſrigen abweicht. Wenn uns ein Körper zu ruhen ſcheint, ſo beharrt er in der That nur in der einmahl empfangenen Bewegung. Wenn wir einen Körper in der Richtung werfen, nach welcher wir ſelbſt fortbewegt werden, ſo haben wir die Bewegung die wir ihm ganz gegeben zu haben ſcheinen, eigentlich nur zu derjenigen hinzugefügt, die er ſchon hatte, als er uns noch in Ruhe ſchien. Wenn wir ihn aber nach der entgegengeſezten Seite werfen; ſo haben wir ihm ſo viel wahre Bewegung genommen, als wir ihm gegeben zu haben ſcheinen, ob uns gleich dünkt, er habe eben ſo viel Bewegung erhalten, als wenn wir ihn nach der vorigen Seite geworfen hätten. Die Bewegung, die wir an den Körpern wahrnehmen, iſt alſo nicht ihre wahre, ſondern nur ihre relative im Verhältniß gegen uns, und die oben angeführten Beobachtungen zeigen deutlich, daß dies erſte Bewegungsgeſetz bei der relativen oder ſcheinbaren Bewegung Statt findet. Ob wir aber gleich nicht im Stande ſind irgend eine unmittelbare Beobachtung über die abſolute Bewegung der Körper anzuſtellen, ſo können wir doch durch Schlüſſe über die Erſcheinungen, die uns die ſichtbare Bewegung darbietet, die Eigenſchaften und Wirkungen der wahren Bewegung herausbringen.

In Anſehung des erſten Geſetzes, das wir jezt unterſuchen, können wir aus den vorangeführten Beobach-

obachtungen den Schluß machen, daß die Körper ihre einmal empfangene abſolute Bewegung ohne Vermehrung oder Verminderung ihrer Geſchwindigkeit beibehalten. Wenn uns ein Körper in Ruhe ſcheint; ſo bleibt er in der Bewegung, die er mit uns gemein hat; und wenn wir ihn in eine ſichtbare Bewegung bringen und ihn darinn beharren ſehn; ſo beweiſt dies, daß er den Grad von abſoluter Bewegung beibehält, den wir durch unſre Wirkung ihm mitgetheilt haben. Geben wir ihm eine ſcheinbare Bewegung, die ſeine wahre vermehrt; ſo behält er dieſe Zugabe bei: wenn die wahre Bewegung des Körpers durch unſre Wirkung auf ihn verringert wird, ſo bewegt er ſich hernach nur mit dem Grade von Bewegung weiter, den wir ihm übrig gelaſſen haben.

Man bemerkt in den Körpern nichts von einer eigenthümlichen Neigung oder innern Kraft die Richtungslinie ihrer Bewegung zu verändern, und wenn ſie ein Vermögen dieſer Art hätten, müſte man es doch leicht gewahr werden. Man nehme einmal an, ein Körper habe vermöge der Anordnung oder Lage ſeiner Theile oder aus ſonſt einer innern Urſache, das Vermögen ſich ſelbſt zu bewegen; ſo müßte die bewegende Kraft, die auf dieſe Weiſe dem Körper eigenthümlich und von allen Außendingen unabhängig wäre, in einer andern Richtung wirken, ſo oft die Lage des Körpers verändert würde. Wenn z. B. ein Körper in ſolcher Lage vor mir befindlich iſt, daß die Richtung, in welcher

dieſe vorausgeſezte Kraft ihn zu bewegen trachtet, auf einen gewiſſen Punkt zugeht; ſo müſte dieſe bewegende Kraft ſogleich in einer andern Richtung wirken wollen, wenn ich nur im geringſten den Körper ſo rückte, daß die vorige Richtung verändert würde. Wenn nun irgend ein Körper, der uns in Ruhe zu ſeyn ſcheint, ein ſolches Vermögen ſich ſelbſt zu bewegen beſäße, ſo müſte man daraus, daß ſich der Körper jezt nicht bewegt, den Schluß machen, daß dieſe Kraft den Körper gerade in derſelben Richtung zu bewegen trachtet, worinn ihn die Erde mit ſich fortreißt; und ein ſolcher Körper müſte alſo den Augenblick eine ſichtbare Bewegung erhalten, wenn man nur im allergeringſten ſeine Richtung veränderte, weil dieſelbe, da ſie nun von der Richtung der Erdbewegung abweichen würde, unausbleiblich eine merkliche Wirkung hervorbringen müſte.

Aus dieſen Betrachtungen folgt augenſcheinlich, daß ein Körper, der ſich in abſoluter Ruhe befände und in ſich ſelbſt keine bewegende Kraft hätte, ſtets an demſelben Ort bleiben müſte, bis eine äußere Urſache auf ihn wirke: und ebenfalls, daß ein bewegter Körper keine Kraft in ſich ſelbſt hat, die Richtung ſeiner Bewegung zu verändern, und daß er ſie folglich in ganz gerader Linie, ohne die geringſte Abweichung fortſetzen muß. Wir haben aber oben bewieſen, daß die Körper wahrſcheinlich auch keine eigenthümliche Kraft haben, um die Geſchwindigkeit ihrer Bewegung abzuändern: alſo iſt nun dies erſte Geſetz der Bewegung ſo

weit

weit erläutert und beſtätigt, als es durch allgemeine Bemerkungen möglich iſt. Im folgenden Kapitel werden wir eben dieſe Wahrheiten durch genauere Beobachtungen darthun.

Das zweite Geſetz der Bewegung ſagt uns, daß die Geſchwindigkeit womit ein Körper von irgend einer Kraft in Bewegung geſezt wird, im Verhältniß mit dieſer Kraft ſteht, die man nach der Größe des Körpers, den ſie mit einer gegebenen Geſchwindigkeit in Bewegung ſetzen kann, abmißt. Der Sinn dieſes Geſetzes iſt alſo: wenn ein Körper mit ſolch einem Grade von Geſchwindigkeit in Bewegung geſezt wäre, daß er eine Strecke von tauſend Ruthen innerhalb einer Stunde durchlaufen kann; ſo würde eine Kraft die einem zweimahl ſo ſchweren Körper eben dieſen Grad von Geſchwindigkeit geben könnte, dem erſtern einen ſo hohen Grad davon mittheilen, daß er zweitauſend Ruthen in einer Stunde durchliefe. Man merke wohl, daß der leztere Körper nicht zweimahl ſo groß angenommen worden iſt, ſondern daß er zweimahl ſo viel feſte Materie enthalten ſoll, als der erſte.

Dies läßt ſich gar nicht bezweifeln. Denn wenn man ſich vorſtellt, daß der Körper, welcher die doppelte Menge von Materie enthält, in zwei gleiche Theile getheilt wird; ſo wird jede dieſer beiden Hälften, wenn ſie ſo geſchwinde als der kleine Körper bewegt werden ſoll, auch eben den Grad von Kraft brauchen; und

folg-

folglich werden beide Hälften, die zuſammen dem größern Körper gleich ſind, eine doppelte Kraft bedürfen.

Eben ſo einleuchtend iſt es, daß, wenn die bewegende Kraft verdoppelt wird, auch die Geſchwindigkeit des Körpers ſich verdoppeln muß, da er derſelbe bleibt; denn man ſieht leicht ein, daß die Wirkung der angewandten Kraft nothwendig einerlei ſeyn müſſe, ſie mag ganz auf einmahl oder theilweiſe auf den Körper wirken. Man nehme alſo an, daß die Kraft anfangs nicht ganz, ſondern daß nur die eine Hälfte davon zuerſt, und die andre nachher angebracht werde, läßt es ſich wohl denken, daß die zulezt angebrachte Hälfte eine andre Wirkung auf den Körper äußere, als die zuerſt gebrauchte? Dies müſte aber der Fall ſeyn, wenn die Geſchwindigkeit nicht verdoppelt würde. Die Erfahrung begünſtigt auch, ſo weit wir ſie bei dieſer Gelegenheit zu Hülfe rufen können, keinesweges eine dergleichen Vorausſetzung. Zwar iſt es uns, wegen der ſteten Bewegung der Erde, unmöglich, mit einem vollkommen ruhigen Körper einen Verſuch anzuſtellen, woraus man ſehen könnte, ob eine Kraft auf ihn eine andre Wirkung hervorbrächte, als auf einen ſchon bewegten Körper; allein wir bemerken keine Abänderung in der Wirkung derſelben Kraft nach dem Unterſchiede in der Bewegung des Körpers, der von der Zeit herrühren möchte, wo die Kraft angebracht wird. Die Erde reißt die Körper nicht immer in gleichem Grade der Geſchwindigkeit mit ſich fort, indeſſen finden wir den-

dennoch, daß die ſichtbaren Wirkungen einer Kraft auf eben denſelben Körper zu allen Zeiten gleich ſind; und daß ein ſchwerer Körper in einem Schiff eben ſo leicht von der Stelle gebracht wird, unterdeſſen daß das Schiff ſeegelt, wenn anders ſeine Bewegung nur gleichförmig iſt, als unterdeſſen, daß es vor Anker liegt.

Dieſe einzige Erfahrung iſt hinreichend, dieſes Geſetz der Bewegung gehörig ins Licht zu ſtellen.

Weil es einleuchtend iſt, daß einerlei Kraft immer einerlei Veränderung in der Bewegung eines Körpers hervorbringen wird, die Geſchwindigkeit des Körpers mag vorher groß oder klein geweſen ſeyn; ſo hängt die in der Bewegung eines Körpers bewirkte Veränderung bloß von der auf ihn wirkenden Kraft ab, ohne daß ſeine etwanige vorige Bewegung den geringſten Einfluß dabei äußern kann. Hieraus folgt: da der Grad von Bewegung, den der Körper ſchon hat, den Einfluß der auf ihn wirkenden Kraft gar nicht ſtören kann; ſo werden die Wirkungen eben derſelben Kraft nicht allein bei jedem Grade von Bewegung des Körpers einerlei ſeyn; ſondern wir werden auch gar nicht Urſache haben daran zu zweifeln, daß ein in vollkommener Ruhe befindlicher Körper nicht eben ſo viel Bewegung erhalten werde, als ein ſchon bewegter Körper noch Zuſatz zu ſeiner vorigen Bewegung bekommen würde, wenn er der Wirkung eben derſelben Kraft ausgeſetzt wäre.

Man nehme ferner an, es wirke auf einen in Ruhe befindlichen Körper eine Reihe gleicher Kräfte nach ein-

einander, und er bekomme alſo von Zeit zu Zeit Stöße, die ihn nach eben derſelben Richtung treiben. Bei der Wirkung der erſten Kraft wird dieſer Körper in Bewegung gerathen, wenn ihn die zweite Kraft trift, wird ſich, was aus dem bisher geſagten nothwendig folgt, ſeine Bewegung verdoppeln; die dritte Kraft wird ſeine Bewegung verdreifachen, und ſo immer fort, bis nach dem Eindrucke der lezten Kraft die von der erſten in dem Körper verurſachte Bewegung ſo oft vervielfältigt iſt, als die Zahl, welche die verſchiedenen Kräfte ausdrückt, Einheiten in ſich enthält. Die Wirkung dieſer Kräfte, wie viel ihrer auch ſeyn mögen, wird immer dieſelbe ſeyn, ohne einige Rückſicht auf die Zwiſchenräume der Zeit, um welche die verſchiedenen Stöße von einander entfernt ſind. Weil nun die Zeit, welche zwiſchen dem Hinzukommen jeder Kraft verfließt, in ihren Wirkungen nichts ändert, ſo folgt offenbar daraus, daß dieſe Wirkung auch dieſelbe bleiben wird, wenn alle dieſe Kräfte zugleich an dem Körper angebracht werden, oder wenn man eine einzige auf ihn anwendet, die ihnen allen zuſammengenommen gleich iſt. So wird alſo der Grad von Bewegung, den ein Körper von einer Kraft erhält, die ihn aus ſeinem Zuſtande der Ruhe bringt, dieſer Kraft proportional ſeyn. Eine doppelte Kraft wird eine doppelte, eine dreifache Kraft eine dreifache Geſchwindigkeit hervorbringen, und ſo ferner. Eben dieſes würde auch Statt finden, wenn auch der Körper damals, als dieſe Kräfte ihre Wirkungen auf ihn zu äußern anfingen,

nicht

nicht in Ruhe geweſen wäre; wenn nur die Richtung, worinn dieſe Kräfte auf ihn wirkten, mit ſeiner vorigen völlig einerlei, oder auch ihr gerade entgegengeſezt wäre. Wenn alſo eine Kraft auf einen bewegten Körper wirkt, entweder in der Richtung, die er ſchon befolgt, ſo daß ſie ſeine Bewegung beſchleunigt, oder in einer ſeiner vorigen entgegengeſezten Richtung, ſo daß ſie ſeine Bewegung verzögert; ſo wird in beiden Fällen die Veränderung in der Bewegung der angewandten Kraft proportional ſeyn; und ſelbſt die Vermehrung der Bewegung im erſten und ihre Verminderung im zweiten Fall werden dem Grade von Bewegung gleich ſeyn, den eben dieſe Kraft dem Körper mitgetheilt haben würde, wenn er bei ihrer Einwirkung auf ihn in Ruhe geweſen wäre.

Zuweilen wirkt eine Kraft auf einen Körper auch ſo, daß ihre Richtung mit der in ſeiner vorigen Bewegung einen Winkel macht. Die Folgen einer ſolchen ſchiefen Bewegung laſſen ſich aus der Beobachtung herleiten; daß, obgleich alle Körper durch eine ihnen mit der Erde gemeinſchaftliche Bewegung fortgeführt werden, dennoch die ſichtbaren Wirkungen von einerlei Kraft, nach welcher Richtung ſie auch wirken möge, uns immer dieſelben ſcheinen: daher iſt die ſichtbare Wirkung einer Kraft auf einen Körper, der bloß in Ruhe zu ſeyn ſcheint, ſcheinbar immer dieſelbe, als die wahre Wirkung dieſer Kraft auf einen wirklich in Ruhe befindlichen Körper ſeyn würde. Nun nehme man an,

Fig. 2. daß ſich ein Körper långſt der Linie AB bewege, und daß ihm das Auge in der Linie CD, die mit AB parallel iſt, folge, ſo daß das Auge in C ſei, wenn der Körper in A iſt; und daß wenn der Körper in der Linie AB bis E gekommen iſt, das Auge in F in der Linie CD ſei, da die Linien AE und CF gleich ſind. Es iſt einleuchtend, daß in dem angenommenen Fall der Körper dem Zuſchauer in Ruhe ſcheinen wird, da die Linie FEG, die von ſeinem Auge zum Körper geht, ihm unbeweglich vorkommen muß, ob ſie ſich gleich in der That, aber mit dem Auge des Zuſchauers und mit dem Körper gleichförmig bewegt; denn wenn der Körper bis H fortgerückt und das Auge in K iſt, ſo wird die Linie FEG bis nach KHL vorgerückt ſeyn, die mit ihr parallel iſt. Wenn nun der Körper in E einen Stoß in der Linie FEG bekåme, unterdeſſen das Auge nach K ginge und die Linie FEG mit ſich nåhme; ſo würde es dem Zuſchauer vorkommen, als ob ſich der Körper långſt der Linie FEG bewege: denn dies iſt es gerade, was wir geſagt haben, daß nåmlich, da die Körper durch die Erdbewegung fortgerückt werden, und das Auge des Zuſchauers an dieſer Bewegung Theil nimmt, die Wirkung jeder Kraft auf den Körper eben ſo erſcheinen wird, wie ſie in der That geweſen ſeyn würde, wenn der Körper damals, als die Kraft angebracht wurde, wirklich in Ruhe geweſen wåre. Daraus folgt, daß, wenn das Auge bis zum Punkt K gekommen iſt, der Körper ihm irgendwo in der Linie KHL erſcheinen wird. Geſezt er ſey in M, ſo iſt aus dem oben geſagten klar,

daß

daß die Entfernung HM demjenigen Theil der Linie EG gleich ſei, den der Körper während der Zeit durchlaufen wäre, die das Auge brauchte, um von F nach K zu kommen, wenn nur der Körper in Ruhe geweſen wäre, als die Kraft im Punkt E auf ihn wirkte. Frägt man nun, wie der Körper von dem Punkt E nach M gekommen ſei; ſo antworte ich: in einer geraden Linie; denn es iſt oben bei der Erläuterung des erſten Bewegungsgeſetzes bewieſen, daß ein Körper, der ſich frei bewegt, ſtets eine gerade Linie beſchreibt.

Man mache EN gleich HM und ziehe NM, ſo wird dieſe Linie eben darum mit EH parallel ſeyn, weil HM mit EN parallel iſt. Wann alſo eine Kraft auf einen bewegten Körper gegen die Richtungslinie ſeiner Bewegung ſchief wirkt; ſo wird ſich der Erfolg davon folgendergeſtalt beſtimmen laſſen. Man denke ſich, daß ein Körper die gerade Linie AEB durchlaufe, und im Punkt E einen Stoß in der Richtung EG bekomme; nun will man wiſſen, was für eine Richtung er jezt nehmen wird. Um dieſe zu finden, nehme man auf EB beliebig EH und auf EG nehme man EN ſo lang, daß wenn der Körper im Punkt E in Ruhe geweſen wäre, die auf ihn wirkende Kraft ihn in eben der Zeit nach EN getrieben hätte, die er gebraucht haben würde, um EH zu durchlaufen, wenn dieſe Kraft gar nicht auf ihn gewirkt hätte. Man ziehe hernach HL parallel mit EG und NM parallel mit EB, und wenn man nun noch von dem Punkt E nach M, wo dieſe beiden

Linien zuſammentreffen eine Linie zieht; ſo wird dieſe Linie EM die Richtung der Bewegung anzeigen, welche der Körper durch die Wirkung der Kraft in E bekommen hat.

Ein Geometer unter meinen Leſern möchte hier vielleicht einige mehr regelmäßige Demonſtrationen erwarten, da ich aber jezt nicht für Leſer dieſer Art ſchreibe; ſo hoffe ich meine Gedanken deutlich genug ausgedrückt zu haben, um denen verſtändlich zu ſeyn, die mit ſolchen Demonſtrationen nicht Beſcheid wiſſen.

Da wir bewieſen haben, daß eine wirkliche Kraft dazu gehört, um die Körper aus dem Zuſtande der Ruhe in Bewegung, oder von einer Bewegung zu einer andern zu bringen; ſo müſſen wir hier zugleich anmerken, daß diejenige Eigenſchaft der Körper, vermöge welcher ſie in ihrem jedesmaligen Zuſtande, es ſei Ruhe oder Bewegung, beharren, bis eine wirkende Kraft denſelben verändert, die Kraft der Trägheit der Materie heißt: und vermöge dieſer Kraft, behält die Materie, an und für ſich unwirkſam, alle Kraft die ihr mitgetheilt iſt, und hört in ihrer Bewegung auch nicht auf, bis ſie einen Widerſtand findet, der eben ſo groß iſt, als die ſie anfangs bewegende Kraft. Nach dem Grade dieſer Kraft der Trägheit hat man ſich die erſte Vorſtellung von der Menge der in jedem Körper enthaltenen feſten Materie machen können; denn da dieſe Kraft allen Körpern eigenthümlich

iſt,

iſt, ſo viel wir ſie bis jezt haben beobachten können, ſo haben wir daraus geſchloſſen, daß ſie eine weſentliche Eigenſchaft aller Materie ſei; und da wir keinen Grund zu der Vorausſetzung haben, daß die Körper aus verſchiedenen Arten von Materie zuſammengeſezt ſind, ſo muthmaßen wir, daß die Materie in allen Körpern einerlei, und daß der Grad von Trägheit in jedem Körper der Menge ſeiner Materie proportional ſei. Ob wir aber gleich keine Demonſtration davon geben können, daß die Materie des ganzen Weltalls gleichartig ſei, und die Kraft der Trägheit in gleichem Grade beſitze; ſo können wir dennoch die verſchiedenen Grade dieſer Kraft in verſchiedenen Körpern mit einander vergleichen. Dieſe Kraft iſt z. B. dem Gewicht der Körper proportional, wie Newton dargethan hat b). Ob man gleich indeſſen dieſe Kraft der Trägheit in einem Körper genauer beſtimmen kann, als die Menge ſeiner feſten Materie; ſo werden wir dennoch, da man keinen Grund dagegen hat, dies beides als proportional anzunehmen, in der Folge die Menge der Materie in den Körpern, als das Maaß von ihrem Grade der Trägheitskraft anſehn.

Nach Vorausſchickung dieſer Grundſätze können wir jezt eben ſo wohl die Wirkungen derſelben Kraft

b) Princ. phil. Prop. 24. Coroll. 7. Auch B. II. C. 5. §. 3. dieſes Werks.

auf verſchiedene Körper vergleichen, als wir ſchon bisher die Wirkungen verſchiedener Kräfte auf denſelben Körper verglichen haben. Und wenn wir hier das Wort Bewegung in der engen Bedeutung nehmen, die es in der Philoſophie hat; ſo können wir dieſe ganze Materie mit den paar Worten abfertigen: gleiche Kraft, auf was für einen Körper ſie auch angewandt werde, bringt immer denſelben Grad von Bewegung hervor. Der Ausdruck Bewegung bedeutet hier nicht den Grad von Geſchwindigkeit, womit ſich ein Körper bewegt (wie wir bis jezt dies Wort genommen haben) ſondern man braucht es in der Philoſophie inſonderheit zur Bezeichnung der Kraft, womit ſich ein Körper bewegt, ſo daß man, wenn unter zwei bewegenden Körpern A und B eine zweimahl ſo große Kraft nöthig iſt, um A als um B aufzuhalten, in dieſem Fall die Bewegung des Körpers A für zweimahl ſo groß als die des Körpers B anſieht. Wenn von bewegten Körpern die Rede iſt, ſo muß man ſorgfältig dies beides unterſcheiden: ihre Geſchwindigkeit, deren Maaß der in gewiſſer beſtimmter Zeit zurückgelegte Raum iſt, und den Grad ihrer Bewegung, oder die Kraft womit ſie auf einen Widerſtand ſtoßen. Wenn mehrere Körper ſich mit gleicher Geſchwindigkeit begegnen; ſo iſt dieſe Kraft der in einem jeden befindlichen Quantität feſter Materie proportional; wenn die Körper in Rückſicht auf dieſe gleich ſind; ſo iſt dieſe Kraft ihrer reſpectiven Geſchwindigkeit proportional und in andern Fällen iſt ſie in zuſammengeſeztem Verhältniß der Geſchwindigkeit und der Quantität

titåt der Materie in einem Kórper. Wenn in dem vorigen Beiſpiel der Kórper A zweimahl ſo viel Materie hat als B, und beide ſich mit gleicher Geſchwindigkeit bewegen, ſo wird die Bewegung von A das Duplum von der Bewegung des Kórpers B ſeyn; und wenn die Kórper gleich ſind und die Geſchwindigkeit des Kórpers A zweimahl ſo groß iſt, als die Geſchwindigkeit von B; ſo wird die Bewegung von A wiederum das Duplum von B ſeyn: wenn aber A zweimahl ſo viel Materie und zugleich zweimahl ſo viel Geſchwindigkeit hat als B; ſo wird die Bewegung von A viermahl ſo groß als die Bewegung von B ſeyn; und wenn endlich in A zweimahl ſo viel Materie als in B und in B dagegen zweimahl ſo viel Geſchwindigkeit als in A befindlich iſt, ſo werden dieſe beiden Kórper einerlei Grad von Bewegung haben.

Dies iſt die beſondre Bedeutung worinn man in der Naturphiloſophie das Wort Bewegung nimmt und in dieſer Bedeutung bringt einerlei Kraft allemahl dieſelbe Quantitåt von Bewegung hervor. Wenn einerlei Kraft auf die Kórper A und B wirkt; ſo werden die Geſchwindigkeiten, die ſie einem jeden von ihnen mittheilt, jedem von ihnen ſo zugemeſſen werden, daß ſie beide gerade den gleichen Grad von Bewegung erhalten. Iſt A an Materie das Duplum von B, ſo wird ſeine Geſchwindigkeit halb ſo groß ſeyn, als die Geſchwindigkeit von B, enthålt A dreimahl ſo viel feſte Materie als B, ſo wird ſeine Geſchwindigkeit nur ein Drittheil

von der in B ſeyn, und (um es allgemein auszudrücken) die Geſchwindigkeit des Körpers A wird ſich gegen die in B verhalten, wie ſich die Quantität feſter Materie in B zur Quantität derſelben in A verhält.

Alles dies kann diejenigen, die das Vorhergehende mit Aufmerkſamkeit geleſen haben, gar nicht befremden. Wenn gegen den Körper B eine Kraft angebracht würde, die ſich zu einer gegen A angebrachten eben ſo verhielte, als ſich die Materie in B gegen die in A verhält; ſo werden dieſe beiden Körper einerlei Grad von Geſchwindigkeit erhalten, und die in B dadurch bewirkte Geſchwindigkeit würde ſich zu der, die es durch die Wirkung der gegen A angebrachten Kraft erhalten haben müſte, eben ſo verhalten, wie die erſte dieſer Kräfte gegen die zweite: das heißt, die Geſchwindigkeit, die A von der gegen ihn angebrachten Kraft erhält, wird ſich zu der, die B durch eben dieſe Kraft bekommen haben würde, verhalten, wie der Körper B ſich an Materie gegen A verhält.

Jezt gehn wir zur Unterſuchung des dritten Bewegungsgeſetzes fort, wodurch wir Gelegenheit bekommen werden, den Unterſchied zwiſchen Geſchwindigkeit und gänzlicher Bewegung eines Körpers noch heller ins Licht zu ſetzen. Ehe wir aber dahin kommen, wollen wir erſt den Sinn dieſes Geſetzes erläutern. Wenn ein Wagen (um ein Beiſpiel aus dem gemeinen Leben zu nehmen) von einem Pferde gezogen wird, ſo wirkt

er ſeinerſeits gegen das Pferd mit eben ſo viel Kraft, als das Pferd gegen ihn anwendet; denn die Zugſeile werden von beiden ſtraff angezogen, und die fortſchreitende Bewegung des Pferdes wird durch den Wagen eben ſo ſtark verhindert, als die Bewegung des Wagens durch das Pferd erleichtert wird; das heißt: das Pferd würde, wenn es ohne den Wagen eben ſo viel Kraft anwendete, mit einer größern Geſchwindigkeit vorwärts kommen, die dem Unterſchiede proportional iſt, der ſich zwiſchen ſeiner eignen Schwere allein, und zwiſchen der Schwere ſeines Körpers und des Wagens zuſammengenommen befindet.

Dies Beiſpiel iſt hinreichend, um den Sinn dieſes Geſetzes deutlich zu machen; jezt wollen wir es auf eine mehr philoſophiſche Art erklären. Wenn ein bewegter Körper auf einen ruhenden trift; ſo wird jener, ſo klein er auch ſeyn mag, doch dem geſtoßenen Körper einige Bewegung mittheilen, obgleich dieſe Bewegung immer kleiner ſeyn muß, je größer der Unterſchied zwiſchen den beiden Maſſen der Körper, und je geringer die Geſchwindigkeit beim Stoß iſt. Der ſtoßende Körper wird aber eben ſo viel an Bewegung verlieren, als er dem ruhenden davon mittheilt. Dies folgt nothwendig aus der Trägheitskraft der Materie. Denn man nehme die beiden Körper als gleich an, ſo müſſen ſie offenbar nach ihrem Zuſammentreffen von der vorher nur im erſten enthaltenen Bewegung nun beide bewegt werden; der bewegte Körper, der vermöge ſeiner

Träg-

Trägheitskraft in der Bewegung beharrt, trift auf den ruhenden mit der ganzen ihm mitgetheilten Kraft: da aber jezt zwei Körper von der Kraft bewegt werden ſollten, die vorher nur einen bewegte, ſo wird ihre Geſchwindigkeit von nun an dieſelbe ſeyn, als ob die gegen den einen von ihnen angebrachte Kraft, die ihn in Bewegung ſezte, gegen alle beide angebracht wäre: hieraus folgt nun, ſie werden ſich jeder mit der Hälfte der Geſchwindigkeit bewegen, welche der zuerſt in Bewegung geſezte Körper hatte; das heißt: dieſer Körper hat die Hälfte ſeiner Bewegung verloren, und dieſe iſt völlig dem andern Körper mitgetheilt. Dieſe Regel trift genau ein, wenn die Körper nach dem Stoß in Berührung bleiben, und dies würde allemahl geſchehn, wenn nicht eine gewiſſe Urſache vom Gegentheil einträte, deren wir hier, ehe wir weiter gehn, mit einigen Worten erwähnen müſſen. Die Körper erleiden durch ihr Gegeneinanderſtoßen eine Veränderung ihrer Figur, da der Stoß einige ihrer Theile in ſie hineindrängt, die hernach gewöhnlich wieder an ihre erſte Stelle zurücktreten, weil der Körper ſeine vorige Figur wieder zu erhalten ſucht. Dieſe Kraft, wodurch die Körper vermögend ſind, ihre vorige Geſtalt wieder anzunehmen, heißt gewöhnlich ihre Elaſticität, und der Erfolg ihrer Wirkſamkeit iſt, die Körper von einander zu trennen. Jm vorliegenden Fall wirkt ſie folgendergeſtalt. Wenn die Körper vollkommen elaſtiſch ſind, ſo daß ihre Theile mit eben der Kraft wodurch ſie in Bewegung geſezt werden, wieder in ihre Stelle zurückkehren; ſo werden ſie

ihre

ihre Geſtalt in eben dem Zeitraum wieder annehmen, worinn der Druck dieſelbe änderte: dieſe Kraft wird alsdenn die Körper mit eben der Geſchwindigkeit trennen, womit ſie ſich einander genähert haben, und da ſie auf beide gleichmäßig wirkt, und zwar auf den erſtbewegten Körper in einer ſeiner vorigen entgegengeſezten Richtung, und auf den zweiten in derjenigen, worinn ſich jener bewegt; ſo wird ſie dem erſtern eben ſo viel Grade der Geſchwindigkeit nehmen, als ſie dem leztern hinzuſezt, dergeſtalt daß, wenn die Elaſticität groß genug iſt, um ſie mit eben der Geſchwindigkeit zu trennen, womit ſie auf einander getroffen ſind, der erſtere ſtill ſtehn, und der zweite die ganze Bewegung deſſelben erhalten wird. Sind die Körper in geringerem Grade elaſtiſch; ſo wird der erſte ſeine Bewegung nicht gänzlich verlieren, ſondern einen Theil davon behalten: der ganze Ueberſchuß der Bewegung aber, außer dieſem Theil, wird dem andern Körper mitgetheilt werden. Dieſe Regel leidet nie eine Ausnahme, und obgleich der Grad der Elaſticität beſtimmt, wie viel der zuerſt bewegte Körper über die Hälfte ſeiner Geſchwindigkeit verlieren ſoll; ſo wird doch in jedem Fall alle Bewegung die er verliert, dem andern mitgetheilt, und dieſer erhält bei dem Stoß jederzeit gerade ſo viel Bewegung als jener einbüßt.

Dies iſt der Fall, wenn ein Körper in gerader Richtung auf einen andern ihm gleichen, in Ruhe befindlichen Körper ſtößt, und die Erfahrung beſtätigt vollkommen alles, was wir hierüber geſagt haben. Es giebt noch verſchiedene andere Fälle beim Zuſammenſtoß der Körper, von dieſen werden wir aber im folgenden Kapitel, wo die Geſetze der Bewegung genauer als hier bewieſen werden ſollen, zu reden Gelegenheit haben.

Zweites Kapitel.

Andere Beweiſe für die Geſetze der Bewegung.

§. 1.

Nachdem ich im vorigen Kapitel die drei berühmten Geſetze der Bewegung aus den einfachſten Beobachtungen hergeleitet habe; ſo bin ich jezt Willens noch beſondre Beweiſe für eben dieſe Geſetze aus einigen vor Newtons Zeit in der Naturkunde gemachten Entdeckungen beizubringen. Da dieſe Entdeckungen aus den Schlüſſen folgen, die man aus eben dieſen Geſetzen hergeleitet hat, und da ſie durch die Erfahrung beſtätigt werden; ſo beweiſen ſie unwiderleglich die Wahrheit der Prinzipien, woraus ſie gefolgert ſind.

§. 2.

Ich mache mit der Materie den Anfang, womit ich das vorige Kapitel beſchloſſen habe. Wenn gleich der bewegte Körper mit dem in Ruhe befindlichen nicht gleich iſt; ſo muß doch ihre Bewegung nach dem Zuſammenſtoß eben ſo, wie vorher, beſtimmt werden. Der Körper A bewege ſich gegen einen andern in Ruhe Fig. 3.
befindlichen B. Wenn nun A bis nach B kommt; ſo kann er nicht weiter gehn, ohne B in Bewegung zu ſetzen, und er muß von ſeiner eignen Bewegung ſo viel verlieren, als er an B mittheilt, ſo daß die Bewegung

von

von A und von B zuſammengenommen (wenn anders keiner von beiden Körpern elaſtiſch iſt) nach dem Stoß, der Bewegung von A allein vor dem Stoß gleich iſt. Hieraus erhellt offenbar, daß ſich die beiden Körper unmittelbar nach dem Stoß zuſammen mit einer Geſchwindigkeit bewegen werden, die ſich gegen die urſprüngliche Geſchwindigkeit von A verhält, wie der Körper A gegen die Summe beider Körper.

§. 3.

Sind die Körper elaſtiſch, ſo daß ſie nach dem Stoß auseinander fahren, ſo wird A mehr von ſeiner Bewegung einbüßen, und die Bewegung, welche B erhält, wird durch dieſe Elaſticität um ſo viel erhöht werden, als die Bewegung von A dadurch verloren hat. Da nun die Elaſticität auf beide Körper gleichmäßig wirkt, ſo theilt ſie einem jeden von ihnen gleichen Grad der Bewegung mit, das heißt, ſie treibt die Körper von einander, indem ſie dem Körper A einige Grade von Geſchwindigkeit nimmt, und dem Körper B beilegt, die mit der Maſſe eines jeden in ſolchem Verhältniß ſtehn, daß der Grad der Bewegung, womit ſich A von B trennt, dem Grade der Bewegung gleich ſeyn wird, womit ſich B von A trennt. Hieraus folgt, daß die dem Körper A durch die Elaſticität geraubte Bewegung, ſich zu der Vermehrung der Geſchwindigkeit in B, die durch eben dieſe Elaſticität bewirkt iſt, eben ſo verhalte wie der Körper B zum Körper A: daß folglich die dem Körper A geraubte Geſchwindigkeit ſich zu der ganzen

Ge-

Geſchwindigkeit verhalte, wie der Körper B zur Summe der beiden Körper A und B, und ferner; daß die durch die Elaſticität bewirkte Vermehrung der Geſchwindigkeit in B, zu der Geſchwindigkeit, womit beide Körper aus einander fahren, ſich verhalte, wie A zur Summe der beiden Körper A und B. Auf dieſe Weiſe beſtimmt man, um wie viel die Elaſticität die Geſchwindigkeit in A vermindere und in B vermehre; wenn man nur den Grad der Elaſticität kennt, vermittelſt deſſen man die ganze Geſchwindigkeit beſtimmen kann, womit die Körper nach dem Stoß auseinander fahren [a]).

§. 4.

Aus eben dieſen Grundſätzen kann man einſehen lernen, wie viel Bewegung ein Körper übrig behält, der auf einen andern in Ruhe befindlichen ſtößt; desgleichen, was der Erfolg davon ſeyn wird, wenn beide Körper in Bewegung ſind.

§. 5.

Geſezt, zwei gleiche Körper ſtoßen mit gleicher Geſchwindigkeit gegen einander; ſo wird keiner den andern mit ſich fortreißen, da die Kraft, womit ſie ſich einander nähern im Augenblick des Anſtoßes völlig gleich iſt; ſondern ſie werden beide ſtill ſtehn, wenn ſie nicht elaſtiſch ſind. Sind ſie vollkommen elaſtiſch, ſo wer-

a) Wir werden in der Folge zeigen, wie man dieſen Grad der Elaſticität beſtimmen kann.

werden ſie eine neue Bewegung erhalten, und ſich mit eben der Geſchwindigkeit von einander entfernen, womit ſie auf einander trafen, je weniger ihre Elaſticität vollkommen iſt, um deſto mehr wird dieſe Geſchwindigkeit abnehmen. Desgleichen werden zwei Körper von ungleicher Dichtigkeit im Augenblick des Zuſammenſtoßes ſtill ſtehn, wenn die Geſchwindigkeit des weniger dichten Körpers um eben ſo viel größer als die Geſchwindigkeit des dichteren Körpers iſt, als der leztere jenen an Dichtigkeit übertrift, z. B. wenn die Dichtigkeit des einen Körpers noch einmahl ſo groß, als die Dichtigkeit eines andern von gleichem Umfange, ſeine Geſchwindigkeit dagegen nur halb ſo groß, als die Geſchwindigkeit des andern iſt. Dies Stillſtehn im Augenblick des Anſtoßes wird aber nur dann ſtatt finden, wenn beide Körper gar nicht elaſtiſch ſind: ſind ſie vollkommen elaſtiſch, ſo werden ſie ſich nun mit eben der Geſchwindigkeit rückwärts bewegen, womit ſie auf einander trafen. Dieſe Kraft der Elaſticität wird, eben ſo wie im vorigen Fall, ihre Bewegung erneuen, und da ſie auf beide gleichmäßig wirkt, beiden eine gleiche Bewegung mittheilen; das heißt, ſie wird machen, daß die Geſchwindigkeit, welche der weniger dichte Körper erhält, ſich zu der Geſchwindigkeit des dichtern eben ſo verhalten wird, als die Dichtigkeit des leztern zur Dichtigkeit des erſtern. Die Geſchwindigkeiten werden alſo nach dem Stoß in eben dem Verhältniß gegen einander bleiben, worinn ſie vorher ſtanden. Da nun in beiden Körpern (die man hier immer als

voll-

vollkommen elaſtiſch anſieht) die Summe ihrer Geſchwindigkeiten nach dem Zuſammenſtoß eben ſo groß iſt, als vor demſelben; ſo wird jeder von ihnen ſeine vorige Geſchwindigkeit behalten. Eben dieſes Verhältniß in den Geſchwindigkeiten wird auch Statt finden, wenn ſie nur unvollkommen elaſtiſch ſind; nur wird alsdann die Geſchwindigkeit eines jeden, im Verhältniß mit ſeinem Mangel an Elaſticität, geringer ſeyn.

§. 6.

Stehn die Geſchwindigkeiten, womit die Körper zuſammenſtoßen, nicht in dem angegebenen Verhältniß, ſondern hat A eine, nach Verhältniß ihrer Dichtigkeit zu ſtarke Geſchwindigkeit; ſo muß man die Wirkung von dieſem Uebermaaß an Geſchwindigkeit in A, zu der vorher angegebenen Wirkung auf folgende Weiſe hinzurechnen. Die Dichtigkeit des Körpers A ſei zweimahl ſo groß, als die Dichtigkeit des Körpers B [b]) und die Geſchwindigkeit ſei in beiden gleich. Hier bewegt ſich A mit einer zweimahl ſo großen Geſchwindigkeit, als in der vorigen Proportion Statt fand. Denn wenn der Körper A, deſſen Dichtigkeit zweimahl ſo groß als die Dichtigkeit des Körpers B iſt, nur die Hälfte von der Geſchwindigkeit des leztern hätte; ſo würden die beiden Körper, wie wir vorher dargethan haben, wenn ſie gar nicht elaſtiſch waren, beim Zuſammen-

b) Man muß niemals aus der Acht laſſen, daß der Umfang der Körper immer als gleich angenommen wird.

ſammenſtoß ſtill geſtanden, und wenn ſie es waren, ſo würden ſie beide zurückgewichen ſeyn, ſo daß der Körper A mit der Hälfte von der Geſchwindigkeit zurückgegangen wäre, womit B zurückkehrte. Hieraus folgt aber augenſcheinlich, daß der Körper B, wenn er auf A trift, die Hälfte ſeiner Geſchwindigkeit aufheben wird, wenn die Körper nicht elaſtiſch ſind; und die Bewegung wird gerade ſo erfolgen, als wenn der Körper A mit der Hälfte von der ihm hier beigelegten Geſchwindigkeit auf den Körper B geſtoßen wäre, wenn ſich dieſer in Ruhe befunden hätte. Sind die Körper elaſtiſch, ſo kann man ihre Geſchwindigkeiten nach dem Stoß folgendergeſtalt beſtimmen. Wenn die beiden Körper ſich einander nähern; ſo iſt die Geſchwindigkeit, womit ſie auf einander treffen, der Summe ihrer beiderſeitigen Geſchwindigkeiten zuſammengenommen, gleich. Nach dem Stoß wird ihre Elaſticität ſie wieder von einander trennen. Der Grad der Elaſticität wird beſtimmen, mit welchem Grade von der Geſchwindigkeit, womit ſie auf einander getroffen ſind, ſie wieder von einander fahren werden. Man theile die Geſchwindigkeit, womit ſie aus einander fahren in zwei Theile, die ſich ſo gegen einander verhalten wie der Körper A gegen B, und wovon man den kleinern dem Körper A, als dem dichteren, und den größern dem weniger dichten B beilegt. Man ziehe hernach den dem Körper A beigelegten Theil von der gemeinſchaftlichen Geſchwindigkeit ab, welche A und B nach dem Stoß gehabt haben würden, wenn ſie nicht elaſtiſch geweſen wären; und rechne zu

der

der gemeinſchaftlichen Geſchwindigkeit noch den dem Körper B angewieſenen Theil hinzu. Dadurch wird man die wahren Geſchwindigkeiten der Körper A und B nach dem Stoß erfahren.

§. 7.

Sind die Körper vollkommen elaſtiſch; ſo kann man ihre Geſchwindigkeiten, vermittelſt folgender, von dem berühmten Huygens gegebenen Regel beſtimmen [e]). Man ziehe beliebig die gerade Linie CD, und theile ſie dergeſtalt in E, daß ſich CE gegen ED verhalte, wie die Geſchwindigkeit von A zu der Geſchwindigkeit von B vor dem Anſtoß. Eben dieſe Linie theile man auch in F ſo, daß ſich EF gegen FD verhält, wie der Körper B gegen den Körper A. Wenn man nun die Linie FG gleich FE nimmt; ſo werden die beiden Körper, wenn der Punkt G in die Linie CD fällt, aus einander prallen, und die Geſchwindigkeit womit A zurückſpringt, wird ſich zu derjenigen, womit B zurückſpringt, verhalten wie GC zu GD: fällt aber der Punkt G außerhalb der Linie CD; ſo werden beide Körper nach dem Zuſammentreffen in einerlei Richtung fortgehn, und die Geſchwindigkeit des Körpers A wird ſich ebenfalls zur Geſchwindigkeit von B verhalten, wie vorher, nämlich wie die Linie GC zur Linie GD. Fig. 4 u. 5.

§. 8.

e) In Oper. Poſthum. de Motu Corpor. ex Percuſſion Prop. 9.

§. 8.

Wäre der Körper B ſtill geſtanden, und hätte ſo den Anſtoß von A bekommen; ſo wären wir in dem ſchon auseinandergeſetzten Fall von unelaſtiſchen Körpern. Wenn ſie elaſtiſch ſind; ſo findet man das Reſultat ihres Zuſammentreffens, wenn man eben wie beim andern Fall die Wirkung ihrer Elaſticität mit der andern Wirkung zuſammen verbindet.

§. 9.

Sind die Körper vollkommen elaſtiſch; ſo muß
Fig. 6. man nach der von Huygens [d]) gegebenen Regel die Linie CD in F theilen, eben ſo wie vorher, und FG mit FD gleich machen. Vermittelſt dieſer Punkte iſt die Bewegung jedes Körpers nach dem Stoß eben wie im vorigen Falle beſtimmt.]

§. 10.

Jezt wollen wir einmahl annehmen, beide Körper A und B bewegen ſich nach einerlei Richtung, die Geſchwindigkeit von A aber ſei ſo groß, daß er B einholen und treffen könnte. Sind die Körper nicht elaſtiſch, ſo findet man den Erfolg dieſes Zuſammentreffens, wenn man die gemeinſchaftliche Bewegung beſtimmt, welche beide Körper nach dem Stoß gehabt haben würden, wenn B in Ruhe geweſen und A mit dem Grade von Geſchwindigkeit darauf zugeſtoßen wäre, der

d) Am angeführten Ort.

der jezt den Ueberſchuß ſeiner Geſchwindigkeit über die Geſchwindigkeit von B ausmacht, und wenn man zu dieſer auf ſolche Weiſe herausgebrachten Geſchwindigkeit, die Geſchwindigkeit von B hinzurechnet.

§. 11.

Sind die Körper in dem vorher angegebenen Fall elaſtiſch; ſo muß man, eben wie in den übrigen Fällen, die Wirkung der Elaſticität zu dieſer Wirkung hinzuthun.

§. 12.

Sind die Körper vollkommen elaſtiſch, ſo muß man nach Huygens Regel [e]) die Linie CD verlängern, und auf der ſo verlängerten Linie CE dergeſtalt nehmen, daß es ſich zu ED verhalte, wie die größere Geſchwindigkeit des Körpers A zu der kleinern von B; wenn man hernach FG mit FE gleich macht; ſo werden die Geſchwindigkeiten der beiden Körper nach dem Zuſammenſtoß, wie in den beiden vorigen Fällen beſtimmt werden können. Fig. 7.

§. 13.

Das bisherige iſt ein kurzer Abriß von dem allen, was über die Wirkungen des Stoßes geſchrieben iſt, in ſo fern zwei Körper in ſeiner Bewegung gerade auf einander treffen; und die Reſultate, die hier als Fol-

e) Am angeführten Ort.

gen unſrer aus den Naturgeſetzen hergeleiteten Schlüſſe feſtgeſezt ſind, ſtimmen vollkommen mit der Erfahrung überein. Um dieſe Wirkungen des Zuſammenſtoßens dem Auge mit aller möglichen Genauigkeit bemerkbar zu machen, hat man eine Reihe von Experimenten erfunden, die ich aber nicht eher aus einander ſetzen kann, bis ich die Bewegung der Penduln erklärt habe [f]); vorher aber muß ich noch einige Erſcheinungen anführen, die aus der Schwerkraft in Verbindung mit den allgemeinen Bewegungsgeſetzen erfolgen.

§. 14.

Die allereinfachſte dieſer Erſcheinungen beſteht darinn, daß ein Körper bloß durch ſein Gewicht fällt. In dieſem Fall wächſt die Geſchwindigkeit des Körpers während des Fallens immerfort im Verhältniß mit der dazu gebrauchten Zeit. Denn die Schwerkraft wirkt immer gleich ſtark auf den Körper, und wir haben oben bei Gelegenheit des erſten Bewegungsgeſetzes ſchon angemerkt, daß ein Körper, der einmahl in Bewegung iſt, ſtets darinn fortfahren wird, ohne daß irgend eine Einwirkung von außen dazu erforderlich ſei: ein durch die Schwerkraft in Bewegung geſetzter Körper würde ſich alſo immerfort bewegen, wenn auch die Schwere gar nicht weiter auf ihn wirkte; da ſie aber nun auf ihn wirkt, ſo muß er einen ſteten Zuwachs ſeiner Geſchwindigkeit durch ſie erhalten; und da die Schwer-

f) Dieſe Experimente findet man §. 73 dieſes Kapitels.

Schwerkraft zu allen Zeiten gleich ſtark auf ihn wirkt; ſo müſſen die hinzugekommenen Grade der Geſchwindigkeit ſtets mit den gleichen Theilen von Zeit in geradem Verhältniß ſtehn.

§. 15.

Dieſer Schluß iſt, wie wir in der Folge ſehen werden g) nicht ganz genau der Wahrheit gemäß; denn die Schwerkraft wirkt in den verſchiedenen Entfernungen von der Erde mit ungleicher Stärke. Doch iſt dieſe Ungleichheit bei keiner Entfernung, von welcher wir Körper herabfallen zu laſſen im Stande ſind, merklich. Das Gewicht der Körper ſcheint am Fuße und auf dem Gipfel der höchſten Gebirge gleich groß, ſo daß bei allen für uns möglichen Verſuchen, das im vorigen §. angegebene Verhältniß zwiſchen den Geſchwindigkeiten eines fallenden Körpers und den Zeitpunkten ſeines Fallens, ohne allen merklichen Unterſchied immerfort Statt findet.

§. 16.

Hieraus folgt, daß der Raum, den ein fallender Körper durchläuft, mit der Zeit ſeines Fallens nicht in gleichem Verhältniß ſeyn kann; denn da die Geſchwindigkeit des Körpers immer wächſt; ſo wird er gegen das Ende des Falls in gleicher Zeit einen weit größern Raum durchlaufen als im Anfange. Man laſſe

g) Buch II. Cap. 5.

Fig. 8. laſſe einen Körper vom Punkt A hinabfallen, der in einer beſtimmter Zeit nach B kommen ſoll: wenn er nun in einer gleichen Zeit von B bis C fällt; ſo muß, ſage ich, der Raum von B bis C größer ſeyn, als der von A bis B; und wenn die Zeit des Falls von A bis C gerade zweimal ſo groß iſt, als die Zeit des Falls von A bis B; ſo wird AC mehr als zweimahl ſo groß ſeyn als AB.

§. 17.

Die Geometer haben bewieſen, daß die Räume, welche ein Körper im Herabfallen durchläuft in zuſammengeſeztem Verhältniß gegen die Zeiten ſtehe, welche das Fallen gewährt hat. Es ſei nämlich die Linie DE zu AB, wie ſich die Zeit, welche der Körper gebraucht hat, um von A bis C zu kommen, gegen die Zeit ſeines Falls von A bis B verhält, ſo wird AC in eben dem Verhältniß gegen DE ſtehn. Ueberhaupt, wenn die Zeit des Falls durch AC zweimahl ſo groß iſt, als die Zeit des Falls durch AB; ſo wird DE zweimahl ſo groß als AB und AC zweimahl ſo groß als DE ſeyn; das heißt AC wird viermahl ſo groß als AB ſeyn. Wäre aber die Zeit des Falls durch AC dreimahl ſo groß als die Zeit des Falls durch AB, ſo wäre DE dreimahl ſo groß als AB, und AC dreimahl ſo groß als DE; folglich AC neunmahl ſo groß als AB.

§. 18.

Wenn ein Körper in ſchräger Richtung fällt; ſo wird er ſich langſamer der Erde nähern, als wenn er gerade herabfiele. Man denke ſich zwei Linien AB und

Fig. 9.

AC wovon die erſtere auf dem Horizont ſenkrecht ſteht, die andre mit ihm einen Winkel macht! In dieſem Fall muß die Schwerkraft, da ſie den Körper, der längſt der ſchrägen Linie AC hinabfallen ſoll, ſenkrecht herabzieht, ſeinen Fall aufhalten, ſo daß er innerhalb der Zeit, in welcher AB ganz durchlaufen haben würde, keinen ſo großen Theil von AC, als AB iſt, beſchreibt; und da AC größer als AB iſt; ſo wird der Körper um ſo mehr eine längere Zeit bedürfen um AC zu beſchreiben, als in der ſenkrechten Richtung AB herabzufallen.

§. 19.

Die Geometer beweiſen, daß die Zeit, worinn der Körper längſt der ſchrägen Linie AC herabfällt, ſich zur Zeit ſeines ſenkrechten Falls in der Richtung AB verhalte, wie die Linie AC ſich zu AB verhält. In Anſehung der Geſchwindigkeit, die der Körper in dem Punkt C hat, beweiſen ſie ebenfalls, daß die größere Zeitlänge, welche der Körper gebraucht hat, nur durch AC herabzukommen, die Verringerung, die den Einfluß der Schwerkraft von dieſer ſchrägen Richtung erleide, dergeſtalt erſetze, daß der Körper im Punkte C eben den Grad von Geſchwindigkeit hat, den er beim ſenkrechten Fall in B gehabt haben würde.

§. 20.

Wenn ein fallender Körper eine krumme Linie beſchreibt; ſo wird ſich die in dieſem Fall erforderliche

Zeit

Zeit etwas ſchwerer beſtimmen laſſen; aber man hat bewieſen, daß in Anſehung der Geſchwindigkeit die allgemeine Regel für alle Fälle gilt; daß nämlich dieſelbe ſich allemahl nach der ſenkrechten Höhe richte, von wo der Körper herabgefallen iſt, was für eine Linie er auch immer im Herabſteigen beſchreiben mag. Man nehme
Fig. 10. z. B. an, der Körper A hänge vermittelſt eines Schnurs an dem Zapfen B. Wenn dieſer Körper fallen ſollte, bis er zu dem Punkt C ſenkrecht unter B gelangt, ſo würde er den Cirkelbogen AC beſchrieben haben. Um nun zu wiſſen, wie viel Geſchwindigkeit der Körper in C haben wird, ziehe man die horizontale Linie AD; denn ſeine Geſchwindigkeit in C wird eben ſo groß ſeyn, als ob er ſenkrecht von D nach C gefallen wäre.

§. 21.

Wenn man einen Körper ſenkrecht in die Höhe wirft; ſo wird die Geſchwindigkeit, womit er ſteigt, immerfort abnehmen, bis ſie ganz aufhört: alsdann wird der Körper zu fallen beginnen und zum zweitenmahl eben die Linie beſchreiben, als er beim Steigen beſchrieb; er wird dieſe Linie mit einer auf ſolche Art immer zunehmenden Geſchwindigkeit durchlaufen, daß er in jedem Punkt beim Fallen eben den Grad derſelben haben wird, den er an eben der Stelle im Hinaufſteigen hatte: woraus denn folgt, daß er mit eben dem Grade von Geſchwindigkeit an den Ort, von wo er ſich in die Höhe hob, wieder ankommen wird, der ihm im Augenblick des Wurfs mitgetheilt ward. Wird z. B.

ein Körper in der Richtung AB ſenkrecht in die Höhe Fig. 11.
geworfen, und zwar mit ſolcher Geſchwindigkeit, daß er in B ſtill ſteht, und von dieſem Punkt an wieder hinabfällt; ſo wird er, wenn er beim Herabfallen auf irgend einen Punkt der Linie AB z. B. nach C kommt, eben den Grad von Geſchwindigkeit daſelbſt haben, den er beim Hinaufſteigen in C hatte, und beim Punkt A wird ſeine Geſchwindigkeit gerade dieſelbe ſeyn, womit man ihn in die Höhe warf. Ohne alle geometriſche Beweiſe läßt ſich dies ſchon einſehn; denn die Schwere wirkt immerfort gleichmäßig auf den Körper bei ſeinem Steigen, wie bei ſeinem Fallen, und ſie muß ihm alſo eben ſo viel Grade von Geſchwindigkeit wiedergeben, als ſie ihm vorher genommen hat.

§. 22.

Wenn ein Körper in der ſchrägen Linie CA in die Fig. 9.
Höhe geworfen würde, und von dem Punkt C mit ſolcher Geſchwindigkeit abgienge, daß er den Punkt A erreichen könnte; ſo würde er gleichfalls vermöge ſeines Gewichts längſt der Linie AC mit eben den Graden von Geſchwindigkeit zurückkommen, die er in jedem Punkt beim Hinaufſteigen hatte.

§. 23.

Wenn endlich ein Körper ſo geworfen würde, daß er mit irgend einem Grade von Geſchwindigkeit eine beſtändig aufwärts gehende krumme Linie durchlaufen ſollte, ſo wird bei ſeiner Rückkunft zu dem Punkt, von

wo er abging, ein Gleiches ſtatt finden. Der Körper A hänge z. B. an der Schnur AB. Wenn er nun von irgend einer Seite angeſtoßen wird; ſo muß er einen Kreisbogen beſchreiben. Geſezt nun, er bekomme einen Stoß, der ihn nach der Richtung AC in Bewegung ſetze und zugleich ſtark genug ſey, daß er von A bis D kommen kann, ehe ſeine Bewegung durch ſeine Schwere aufgehoben wird: ſo wird der Körper mit eben der Geſchwindigkeit von D nach A zurückkommen, die er beim Anfange ſeiner Bewegung hatte.

§. 24.

Hier ſcheint ein bequemer Ort zu der Anmerkung in Anſehung der Schwerkraft, daß ihre Wirkung auf die Körper keinesweges von der Figur derſelben abhängt, ſondern daß ſie beſtändig ohne alle Abänderung, in einem Körper dieſelbe bleibt, was er auch in Anſehung ſeiner Geſtalt für Veränderungen erleiden mag: daß wenn man den Körper in eine beliebige Anzahl von Stücken zertheilt, dieſe Stücke zuſammengenommen eben ſo viel wiegen werden; als vorher, da ſie vereinigt einen einzigen Körper ausmachten: woraus alſo folgt, daß das Gewicht jedes Stücks, wenn anders der Körper von gleichmäßiger Beſchaffenheit iſt, mit ſeinem Umfange in gleichem Verhältniß ſteht. Man hat aus dieſen Grundſätzen gefolgert, daß die Schwerkraft auf die Körper in gleichem Verhältniß mit der in ihnen enthaltenen Menge von Materie wirke, und daß ſie folglich ſämmtlich in gleichem Zeitraume von einer glei-

gleichen Höhe herabfallen müſſen. Da man aber das Gegentheil ſieht, indem Federn und ähnliche Subſtanzen nicht ſo geſchwinde herabfallen, als feſtere Körper, ſo muß man die Dazwiſchenkunft einer andern Urſache annehmen, wodurch ein ſo auffallender Unterſchied bewirkt wird. Vermittelſt einiger Verſuche hat man gefunden, daß dieſe Urſache keine andre iſt, als die Luft. Wir wollen dieſe Verſuche hier anführen.

Man ſezt auf den Teller der Luftpumpe einen langen und holen gläſernen Cylinder, der oben vermittelſt eines kupfernen Deckels verſchloſſen iſt. Durch dieſen Deckel geht ein Hahn, an deſſen unterm Ende eine Feder und ein Stück Gold dergeſtalt befeſtigt ſind, daß ſie hinabfallen, wenn man ihn umdreht. Dies thut man, nachdem man den Cylinder luftleer gemacht hat: ſogleich fallen beide Körper zu gleicher Zeit, bleiben während des Fallens neben einander und erreichen, ſo viel man ſehen kann, in demſelbigen Augenblick beide den Teller der Luftpumpe.

Nach dieſem Verſuch ſteht alſo offenbar die Wirkung der Schwerkraft auf jeden Körper mit ſeiner Maſſe in gleichem Verhältniß. In der Bedeutung, die wir dem Worte Bewegung gegeben haben, iſt bewieſen, daß einerlei Kraft allen Körpern einen gleichen Grad von Bewegung giebt, und daß verſchiedene Kräfte verhältnißmäßig verſchiedene Grade von Bewegung hervorbringen [h]). Wenn alſo die Schwerkraft auf die Feder

h) Kap. I.

Feder und auf den feſteren Körper mit gleicher Gewalt wirkte, ſo müſte der letztere weit langſamer als jene hinabfallen, wenn er mit ihr gleichen Grad von Bewegung hätte; da aber beide Körper gleich geſchwinde herabfallen, ſo iſt der Grad von Bewegung im feſteren Körper größer als in der Feder, und zwar in gleichem Verhältniß zu ihrer beiderſeitigen Maſſe. Dem zufolge wirkt die Schwerkraft ſtärker auf den feſten Körper als auf die Feder, und theilt jenem einen größern Grad von Bewegung mit: das heißt, die Wirkung der Schwerkraft auf den feſten Körper verhält ſich zu ihrer Wirkung auf die Feder, wie ſich die Maſſe des feſten Körpers zur Maſſe der Feder verhält.

Man kann aus dieſem Verſuch mit Recht folgern, daß die Schwerkraft nicht bloß auf die Oberfläche der Körper wirkt, ſondern ihr innerſtes durchdringt, und auf jedes Partikelchen ihrer Maſſe ihre Wirkung äußert. Da man aber wegen der großen Geſchwindigkeit, womit die Körper herunter fallen, nicht mit völliger Gewißheit beſtimmen kann, ob ſie in völlig gleicher, oder nur in beinahe gleicher Zeit, ſo daß das Auge den Unterſchied nicht bemerken kann, herabfallen; ſo iſt es ſehr gut, daß die Eigenſchaft der Schwerkraft, in gleichem Verhältniß mit den Maſſen auf die Körper zu wirken, durch die Penduln beſtätigt wird, in deren Bewegung auch der kleinſte Unterſchied nicht Statt haben könnte, ohne ſehr in die Augen fallend zu werden. Darüber werden wir an einem andern Orte weitläuftiger

ger ſeyn können), und hier unterdeſſen nur das feſtgeſetzte Grundgeſetz dazu anwenden, von der Natur des ſogenannten Schwerpunkts der Körper eine Erklärung zu geben.

§. 25.

Der Schwerpunkt eines Körpers iſt derjenige Punkt deſſelben, um den herum, wenn er auf irgend eine Weiſe unterſtüzt oder gehalten wird, alle übrigen im Gleichgewicht bleiben, in was für eine Lage man ſie auch bringen mag. In einer Kugel von gleichartiger Maſſe iſt der Schwerpunkt und der Mittelpunkt einerlei: denn da alle Theile der Kugel in Anſehung deſſelben in gleicher Lage und unter ſich gleichartig ſind, und die Schwerkraft auf jeden Theil gleich wirkſam iſt; ſo werden die Theile der Kugel an jeder Seite des Mittelpunkts offenbar mit gleicher Kraft angezogen und keiner kann alſo vom andern weichen; ſondern die Kugel muß, wenn ihr Mittelpunkt gehalten oder unterſtüzt wird, nothwendig in Ruhe bleiben.

Eben ſo, wenn zwei gleiche Körper A und B an den äußerſten Punkten einer unbiegſamen Stange CD, Fig. 13. die man ſich ohne Schwere denkt, aufgehängt werden; ſo werden ſie, wenn die Stange in ihrem Mittelpunkt E gehalten wird, im Gleichgewicht, und die Stange wird unbeweglich ſeyn. Denn, da die Körper gleich, und von dem Unterſtützungspunkt E gleich weit entfernt ſind;

i) Buch II. Kap. 5. §. 3.

ſind; ſo wird die Wirkung der Schwerkraft auf beide völlig gleich ſeyn; ſo daß das Gewicht des einen auf keine Weiſe das Gewicht des andern überwältigen kann.

Fig. 14. Ferner denke man ſich einen gleichartigen Cylinder in einer horizontalen Lage. Wenn man nun zwiſchen den Mittelpunkten der beiden Grundflächen des Cylinders eine gerade Linie zieht, welche gewöhnlich die Axe des Cylinders genannt wird, und dieſe Linie im Punkt E in zwei gleiche Theile theilt; ſo wird dieſer Punkt der Schwerpunkt des Cylinders ſeyn. Da der Cylinder eine gleichmäßige Geſtalt hat, ſo ſind die Theile an jeder Seite des Punktes E gleich und in einer völlig ähnlichen Lage: wenn alſo der Cylinder im Punkt E gehalten wird; ſo muß er aus eben dem Grunde in Ruhe bleiben, aus welchem die obengedachte unbiegſame Stange in Ruhe bleiben muß, wenn ſie in ihrer Mitte gehalten wird. Offenbar iſt, daß die in E angebrachte Kraft, welche den Cylinder hält, ſeinem Gewicht gleich ſeyn muß.

Nun nehme man an, daß zwei Cylinder von gleichem Durchmeſſer AB und CD in CB dergeſtalt mit einander verbunden ſind, daß ihre beiden Axen EF und FG nur Eine gerade Linie ausmachen. Die Axe EF ſei im Punkt H und die Axe FG im Punkt I in zwei gleiche Theile getheilt; ſo wird der Cylinder AB durch eine in H angebrachte Kraft, die ſeinem Gewicht gleich iſt, und der Cylinder CD durch eine ähnliche in I angebrachte Kraft, und der ganze Cylinder alſo durch dieſe

beiden

beiden Kräfte in Ruhe gehalten werden. Allein der ganze Cylinder kann auch durch eine im Punkte K dem Mittelpunkt der ganzen Axe EG angebrachte Kraft, wenn ſie dem Gewicht des ganzen Cylinders gleich iſt, gehalten werden, und dieſe in K angebrachte Kraft wird alſo eben ſo wirken, als beide in H und I angebrachte Kräfte zuſammengenommen. Man bemerke noch, daß HK halb ſo groß, als FG und KI halb ſo groß als EF iſt; denn da EK die Hälfte von EG und EH die Hälfte von EF iſt; ſo muß der übrige Theil HK der Hälfte des zweiten Cylinders FG gleich ſeyn. Folglich verhält ſich HK zu KI, wie FG zu EF. Ferner ſieht man deutlich, was auch die Meßkünſtler beweiſen, daß der Cylinder CD ſich zum Cylinder AB verhält, wie die Axe FG zur Axe EF. Hieraus folgt, daß man bei einem Vergleich zwiſchen den in H und in I angebrachten Kräften, die in H angebrachte Kraft zu der in I angebrachten ſich verhalte, wie KI zu KH. Nun nehme man an, daß zwei Seile HL und IM von den Punkten H und I aus, in die Höhe gezogen wären, und daß ſich in den Punkten H und I zwei Kräfte befinden, die gerade hinreichend wären, daß die eine den Cylinder AB, die andre den Cylinder CD halten könnte. Da dieſe Kräfte den ganzen Cylinder halten und folglich eben ſo wirken, als eine in K angebrachte Kraft würde gethan haben, die den ganzen Cylinder würde halten können; ſo iſt augenſcheinlich, wenn man ſich den Cylinder fort und ſtatt deſſen bloß eine Axe ohne Schwere denkt, und dann annimmt, daß an dem

Punkt

Punkt K ein Seil NK angebracht iſt, welches von einer dem Gewicht des Cylinders gleichen Kraft gerade hinab gezogen wird, daß alsdann dieſe Kraft den beiden andern in H und I gerade entgegen wirken muß, und daß eben daher alle drei Kräfte im Gleichgewicht bleiben, und die Axe EG unbeweglich halten werden. So wie ſich dieſe drei Kräfte im Gleichgewicht halten, thun es auch die beiden Kräfte an den Seilen HL und IM gegenſeitig; da ſich die am Seil HL angebrachte Kraft zu der am Seil IM angebrachten verhält, wie die Entfernung IK zur Entfernung KH.

Fig. 15. Ueberdem kann man aus dem vorigen ſchließen, wenn eine unbiegſame Stange an einem Punkte C, der nicht ihr Mittelpunkt iſt, aufgehangen und der äußerſte Punkt A an dem kürzern Ende und der Punkt B an dem längern jeder von einem Gewicht herabgezogen wird, und wenn ferner das größere dieſer Gewichte ſich zu dem kleinern verhält, wie der längere Arm der Stange zum kürzeren, daß alsdenn die beiden Gewichte im Gleichgewicht ſtehn, und daß eine, beiden Gewichten gleiche, in C angewandte Kraft, die ſo beſchwerte Stange in Ruhe halten muß: denn zwiſchen dieſem und dem vorhergehenden Fall iſt weiter kein Unterſchied, als in der Lage der Kräfte.

Fig. 16. Wenn zwei Gewichte A und B durch eine unbiegſame Stange CD zuſammen verbunden ſind, die von C, dem Schwerpunkt des Körpers A bis zu D, dem Schwerpunkt des Körpers B geht, und wenn die Stange

CD

CD in E dergeſtalt getheilt iſt, daß ſich DE zu CE verhält, wie das Gewicht A zum Gewicht B; ſo wird aus gleichen Gründen dieſe Stange, wenn ſie in E gehalten wird, die beiden Körper im Gleichgewicht halten, und der Punkt E, der im Fall er ſelbſt gehalten wird, die beiden Körper A und B in Ruhe hält, heißt ihr gemeinſchaftlicher Schwerpunkt.

Wenn noch mehrere Körper auf dieſe Art zuſammen verbunden wären; ſo heißt der Punkt, worinn man das Gewicht von ihnen allen als vereinigt anſehn kann, ihr gemeinſchaftlicher Schwerpunkt. Man nehme drei Körper, A, B, C, deren reſpective Schwerpunkte durch die Linien DE, DF und EF verbunden ſind, man theile die Linie DE in G dergeſtalt, daß ſich DG verhalte zu GE wie das Gewicht des Körpers B zum Gewicht des Körpers A; ſo muß G der gemeinſchaftliche Schwerpunkt der beiden Körper A und B ſeyn, das heißt, eine Kraft, die dem Gewicht beider Körper zuſammengenommen gleich und in G angebracht iſt, wird ſie beide in Ruhe halten und der Punkt G wird von den beiden Gewichten A und B ſo ſtark angezogen, als wenn dieſe beiden Gewichte in G vereinigt wären. Wenn man nun eine Linie vom Punkt G zum Punkte F zieht, und ſie in H dergeſtalt theilt, daß ſich GH zu GF verhält, wie das Gewicht C zum Gewicht A und B zuſammengenommen, ſo wird der Punkt H der gemeinſame Schwerpunkt aller drei Körper ſeyn; denn H würde es unläugbar, wenn A und B in G vereinigt wären, Fig. 17.

der Punkt G aber wird in ihrer jetzigen Lage eben ſo ſehr von ihnen angezogen, als wenn dies in der That der Fall wäre. — Auf eine ähnliche Weiſe kann man den gemeinſchaftlichen Schwerpunkt für jede beliebige Anzahl von Körpern auffinden.

§. 26.

Eben dies gilt von dem Schwerpunkt aller Arten
Fig. 18. von Figuren. In einem Dreieck ABC liegt der Schwerpunkt in einer aus der Mitte einer Linie zum gegenüber ſtehenden Winkel gezogenen Linie, z. B. in der Linie BD, die aus dem Punkt D in der Mitte der Linie AC zum gegenüber ſtehenden Winkel B gezogen iſt; ſo daß, wenn man aus der Mitte einer andern Seite z. B. von E der Mitte von AB eine zweite gerade Linie EC zum gegenüber ſtehenden Winkel C zieht, der Punkt F, wo ſich die beiden Linien DB und EC durchſchneiden, der Schwerpunkt des Dreiecks ſeyn wird [1]). Dieſer Punkt F liegt ſo, daß die Linie DF nur der dritte Theil von DB und EF nur der dritte Theil von EC iſt [2]).

In

1) Wenn man nach der Methode der Rechnung des Unendlichen den ganzen Triangel mit Parallellinien von AC anfüllt, ſo theilt die Linie DB alle dieſe Parallellinien in zwei gleiche Theile; folglich muß der Schwerpunkt in der Linie DB liegen: eben das gilt von der Linie EC; folglich muß der Schwerpunkt der Punkt F ſeyn, den beide Linien gemein haben.

2) Dies läßt ſich folgendermaßen beweiſen. Man ziehe EG mit AC parallel; ſo iſt EG die Hälfte von AD oder DC, weil

In einer halben Kugel ziehe man aus dem Mittelpunkt der Grundfläche eine ſenkrecht auf dieſer Fläche ſtehende Linie DB und theile dieſelbe in E dergeſtalt, daß DE drei Fünftheile von BE ausmache; ſo wird der Punkt E der Schwerpunkt der Halbkugel ſeyn. Fig. 19.

§. 27.

Bei der Lehre über den Schwerpunkt der Körper muß man noch bemerken, daß, da eine an dieſem Punkt angebrachte Kraft der Wirkung der Schwere das Gleichgewicht und den Körper in Ruhe zu halten vermag, dieſe Wirkung ſo angeſehen werden kann, als ob ſie ſich ganz in dem Schwerpunkt vereinigt befände. Wenn alſo ein Körper an irgend einen Punkt dergeſtalt gehalten wird, daß ſich ſein Schwerpunkt niederwärts ſenken kann, ſo wird er durch die Schwerkraft in Bewegung geſezt werden, ſonſt aber nicht; oder wenn mehrere Körper dergeſtalt zuſammen verbunden ſind, daß bei der Bewegung des einen die übrigen in ſolch eine Bewegung gerathen, wobei ihr Schwerpunkt in Ruhe bleibt; ſo wird die Schwerkraft in der Bewegung dieſer Körper keine Veränderung hervorbringen; wie ſie in jedem andern Fall thun würde. Wenn z. B. der Körper AB, deſſen Schwerpunkt in C iſt, am Punkte A ſo Fig. 20 u. 21.

weil BE die Hälfte von AB iſt. Aber DC verhält ſich zu EG wie DF zu FG; alſo wird DF zweimahl ſo groß als FG ſeyn: und da BG=GD, weil BE=AE; ſo enthält, wenn man BD in ſechs gleiche Theile theilt DF zwei davon, FG einen und FB vier. DF iſt alſo nur der dritte Theil von DB.

ſo aufgehängt wird, daß der Punkt C ſenkrecht unterhalb deſſelben liegt wie in Fig. 20, ſo wird die Schwerkraft den Punkt C da er nicht weiter abwärts kann, unbeweglich in dieſer Lage laſſen. Aendert man aber die Lage des Punktes C, ſo daß er nicht mehr ſenkrecht unterhalb A liegt, wie in der 21ſten Figur, ſo wird ſich der Körper vermöge ſeines Gewichts ſo bewegen, daß der Schwerpunkt in eine ſenkrechte Lage kommt.

Wenn zwei Körper A und B durch eine Stange CD mit einander verbunden ſind, und dieſe Stange wird in eine wagerechte Lage gebracht und bei dem Punkt E gehalten; ſo wird ebenfalls durch die Schwere der beiden Körper keine Bewegung entſtehn, wenn der Punkt E ihr gemeinſchaftlicher Schwerpunkt iſt: iſt er es aber nicht, ſo werden die beiden Körper ihre Stelle verändern und derjenige Theil der Stange CD, worinn ihr Schwerpunkt liegt, wird ſich niederwärts ſenken. Eben das würde der Fall ſeyn, wenn beide Körper auf eine andre weniger einfache Art mit einander verbunden wären: wenn einer von ihnen nicht in Bewegung geſezt werden kann, ohne dem andern ſeine Bewegung mitzutheilen, ſo wird die Schwerkraft, im Fall ihr gemeinſchaftlicher Schwerpunkt in Ruhe bleibet, keine Wirkung auf ſie äußern; wohl aber in jedem andern Fall.

§. 28.

Jezt gehn wir zu der Lehre von den mechaniſchen Werkzeugen über. Dieſe Werkzeuge ſieht man an gewiſſen

wiſſen dergeſtalt eingerichteten Maſchinen, daß ſie große Laſten mit geringer Kraft bewegen können; ihre Wirkungen laſſen ſich ſämtlich aus der Bemerkung im vorigen Satze herleiten. Gewöhnlich rechnet man fünf dergleichen Werkzeuge: den Hebel, das Rad mit ſeiner Axe, die Rolle, den Keil, und die Schraube; einige Schriftſteller rechnen auch die Schiefflächen hieher. Die Erfindung dieſer Werkzeuge iſt ſehr alt, und der berühmte Archimedes ſcheint zuerſt den richtigen Grund ihrer Wirkungen entdeckt zu haben. Dies läßt ſich aus einer bekannten Anekdote ſchließen, daß man nämlich einige Ausdrücke über die unbegränzte Kraft dieſer Werkzeuge, die er ſehr oft im Munde führte, für äußerſt ſeltſame Paradoxen anſah: dergleichen Ausdrücke würden aber gar kein Erſtaunen haben erregen können, wenn die Urſache dieſer Kraft gehörig bekannt geweſen wäre.

§. 29.

Alle Wirkungen dieſer Geräthſchaften laſſen ſich aus der einzigen Regel herleiten, daß zwei Gewichte dann im Gleichgewicht ſtehn, wenn ihre Geſchwindigkeiten, falls ſie in Bewegung geſezt würden, in verkehrtem Verhältniß gegen ihre Schwere ſtehn. Was wir hier von Gewichten ſagen, gilt eben ſo von allen andern Kräften, von der Kraft eines Menſchen; eines Stroms u. d. g.

§. 30.

Zur Erläuterung dieſer Regel iſt es nicht undienlich den Begriff eines verkehrten Verhältniſſes

vorher aufzuklären, da dieſer Ausdruck in der Folge ſehr häufig vorkommen muß. Wenn zwei Dinge in ſolch einem Verhältniß ſtehn, daß das eine wächſt, wenn das andre wächſt, und abnimmt, wenn das andre abnimmt, ſo ſtehn ſie in einem geraden Verhältniß. Wenn z. B. eine gewiſſe Anzahl Menſchen in einer beſtimmten Zeit eine vorgeſchriebene Arbeit zu Stande bringen können; ſo wird man bei Verdoppelung der Arbeiter, zweimahl ſo viel Arbeit in gleicher Zeit erhalten: nimmt man dreimahl ſo viel Arbeiter, ſo verrichten ſie auch dreimahl ſo viel u. ſ. w. Stehn aber zwei Dinge in ſolch einem Zuſammenhange, daß das eine abnimmt, wenn das andre zunimmt, und daß jenes zunimmt, wenn dieſes abnimmt, ſo heißt das ein verkehrtes Verhältniß. Wir haben z. B. oben (§. 25.) gezeigt, wie man den gemeinſchaftlichen Schwerpunkt zweier Körper finden kann, deren Gewicht bekannt iſt, wenn man nämlich die Linie zwiſchen ihren einzelnen Schwerpunkten dergeſtalt theilt, daß der größere Theil davon ſich zum kleinern verhält, wie der
Fig. 16. ſchwere Körper zum leichtern. Denn da ſich CE zu ED verhält wie B zu A; ſo iſt CE in eben dem Verhältniß größer als ED, in welchem A kleiner als B iſt.

§. 31.

Nach dieſer Erläuterung wird man leicht einſehn,
Fig. 16. worauf die oben (§. 29.) gegebene Regel beruht. Wenn die beiden Körper in Bewegung geſezt werden, ſo daß der Punkt E in Ruhe bleibt; ſo wird ſich die Geſchwin-

digkeit

digkeit des Körpers A zur Geſchwindigkeit von B verhalten, wie ſich die Linie EC zur Linie ED verhält. Die Geſchwindigkeit dieſer Körper ſteht alſo, wenn ihr gemeinſchaftlicher Schwerpunkt in Ruhe bleibt, mit ihrem Gewicht in verkehrtem Verhältniß. Wir haben aber oben (§. 27.) bewieſen, daß das Gewicht zweier Körper gar keine Bewegung in ihnen hervorbringe, wenn ſie ſo mit einander verbunden ſind, daß bei einer etwanigen Bewegung ihr gemeinſchaftlicher Schwerpunkt in Ruhe bleibt. Hieraus folgt in Anſehung der mechaniſchen Werkzeuge: wenn bei den Körpern die in Bewegung geſezt werden, ihre Geſchwindigkeiten mit ihrem Gewicht in verkehrtem Verhältniß ſtehn (wobei alsdenn ihr gemeinſchaftlicher Schwerpunkt in Ruhe bleiben wird); ſo werden ſie von der Schwerkraft keine Bewegung erhalten, ſondern im Gleichgewicht bleiben. Man wird dies noch beſſer verſtehn, wenn wir die mechaniſchen Werkzeuge einzeln durchgehn.

§. 32.

Das erſte unter denſelben iſt der Hebel. Dies Werkzeug iſt eine zur Haltung oder Bewegung großer Laſten dienliche Stange. Man unterſtüzt ſie ſelbſt gehörig in irgend einem ihrer Punkte, wie die Stange AB in C auf der Unterſtützung D liegt. An einem andern Punkte z. B. in E iſt die Laſt, welche gehalten oder in Bewegung geſezt werden ſoll, angebracht; und an einem dritten Punkte, wie in F, ein anders Gewicht oder eine Kraft, welche dazu beſtimmt iſt, die Fig. 23, 24.

Laſt

Laſt zu halten oder zu bewegen. Wenn nun an dem Hebel, wenn er etwa in Bewegung geſezt, und um den Punkt C herumgedreht wird, die Geſchwindigkeit des Punktes F ſich zur Geſchwindigkeit des Punktes E wie das Gewicht von E zum Gewicht von F verhält; ſo hat ein dergeſtalt beſchwerter Hebel keine Neigung ſich nach der einen oder andern Seite zu bewegen. Hat das Gewicht oder die Kraft in F nicht die gehörige Größe, um das angegebene Verhältniß hervorzubringen, ſo wird die Laſt in E nicht gehörig gehalten werden, ſondern ſich niederſenken, ſo wie ſie im entgegenſtehenden Fall in die Höhe ſteigen würde. Dies folgt ganz augenſcheinlich aus dem, was wir oben (§. 25. und 27.) geſagt haben, wenn die Gewichte in E und F wie in der 23ſten Figur das eine an der einen, das zweite an der andern Seite des Unterſtützungspunktes
Fig. 24. D angebracht ſind. Eben ſo einleuchtend iſt es im andern Fall, wenn man die Stange BC nach der andern Seite vom Punkte D zu, ſo weit verlängert bis CG ſo lang als CF iſt, und nun in G ein Gewicht anhängt, was mit der Kraft in F im Gleichgewicht iſt; denn wenn man nun die Kraft in F wegnähme, ſo würden die beiden Gewichte in G und in E im Gleichgewicht ſtehn, wie in dem vorher angegebenen Fall, und offenbar wird der Punkt F durch das Gewicht in G eben ſo ſtark in die Höhe gehoben werden, als durch die andere in F angebrachte Kraft, weil nach der Wegnahme des Gewichts in E ein Gewicht in F gleich dem in G

den

den Hebel im Gleichgewicht halten würde, da die Entfernungen CG und CF gleich ſind.

§. 33.

Wenn die beiden am Hebel angebrachten Kräfte ſich nicht einander das Gleichgewicht halten, ſo kann man eine dritte Kraft zur Wiederherſtellung deſſelben anbringen. Geſezt die Kräfte in E und F ſtünden nicht Fig. 25. mit einander im Gleichgewicht, und man früge, welch eine Kraft man in G anbringen müſte, um das Gleichgewicht hervorzubringen. Um dieſe Aufgabe aufzulöſen muß man zuerſt beſtimmen, welch eine Kraft man in F anbringen müſte, um der in E das Gleichgewicht zu halten: wenn nun der Unterſchied zwiſchen der erforderlichen und der jezt in F angebrachten Kraft ſich zu der dritten in G anzubringenden eben ſo verhält, wie die Entfernung CG zur Entfernung CF, ſo wird der Hebel vermittelſt dieſer dritten Kraft ins Gleichgewicht kommen, wenn ſie an eben der Seite des Unterſtützungspunkts angebracht wird, als F, welches für ſich allein nicht im Stande war, gegen E das Gleichgewicht zu halten; ſonſt müſte die Kraft in G ſo angebracht werden, daß ſie der in F entgegenwirken könnte. Eben ſo könnte man, wenn ein Hebel mit drei oder mehrern Gewichten beſchwert wäre, die ſich einander nicht im Gleichgewicht hielten, an einem Punkte des Hebels eine neue Kraft anbringen, die das ganze ins Gleichgewicht ſetzen müſte. Was wir hier von mehreren Kräften ſagen, gilt auch für alle folgenden Fälle.

§. 34.

Fig. 26. Wenn die beiden Arme des Hebels bei C einen Winkel machen, ſo werden die an jedem Arm ſenkrecht darauf angebrachten Kräfte in eben dem Verhältniß gegen einander ſtehn, als wenn ECF eine gerade Linie wäre. Das heißt, es wird alles im Gleichgewicht ſeyn, wenn ſich die Laſt in E zur Kraft in F verhält wie CF zu CE.

§. 35.

Fig. 27. So oft aber Kräfte in einer ſchiefen Richtung gegen den Arm des Hebels wirken, woran ſie angebracht ſind; ſo muß man um die Kräfte zu berechnen gerade Linien vom Ruhepunkt des Hebels ſenkrecht auf die Richtungslinien ziehn, worinn die Kräfte wirken. Um die Hebel dieſer Art ins Gleichgewicht zu ſetzen, muß ſich das Gewicht oder die Kraft in F gegen das Gewicht in E verhalten, wie CE zu CG, als der aus dem Ruhepunkt C auf die Richtungslinie der in F angebrachten Kraft ſenkrecht gezogenen Linie: denn wenn der Hebel in Bewegung geräth, ſo wird ſich die in F angebrachte Kraft in der Richtung der Linie FG zu bewegen anfangen, und ihre erſte Bewegung wird dieſelbe ſeyn, als wenn der Punkt G bewegt würde.

§. 36.

Wenn zwei Gewichte an einem Hebel angebracht ſind und der Ruhepunkt deſſelben gerade in ſeiner Mitte liegt, ſo daß beide Arme des Hebels gleiche Länge haben; ſo heißt ein Hebel dieſer Art eine Wage; und er

ſteht im Gleichgewicht, wenn beide Gewichte gleich ſind. Iſt der Ruhepunkt nicht gleich weit von beiden Gewichten, ſo hat man eine Schnellwage. So wohl bei der gewöhnlichen als bei der Schnellwage liegt der Ruhepunkt, woran der Wagebalken befeſtigt iſt, gewöhnlich mit den Punkten, woran die Gewichte hängen, nicht in gerader Linie ſondern etwas höher, ſo daß die Linien von dem Punkte C, woran der Wagebalken hängt, zu Fig. 28. den Punkten E und F welche die Gewichte halten, einen Winkel zuſammen machen. Wenn die drei Punkte E, C und F in einer und eben derſelben geraden Linie lägen; ſo würden die Gewichte, die in der wagerechten Lage des Balkens im Gleichgewicht waren, auch in jeder andern Lage deſſelben darinn ſeyn: wir ſehn aber, eben jener Einrichtung wegen, an dieſen Werkzeugen, wenn ſie mit gleich ſchweren Gewichten belaſtet ſind, und der Balken wagerecht ſteht, daß, bei der Neigung des Balkens nach einer oder der andern Seite, das am höchſten liegende Gewicht ſich ſenkt und das entgegenſtehende hebt, daß dieſes ſeinerſeits hernach daſſelbe thut, bis der Balken allmählig ſeine wagerechte Lage wieder annimmt. Dieſe Wirkung iſt die Folge von der Einrichtung der Wagen, die man als Hebel anſehn muß, die aus zwei Armen beſtehn, welche im Ruhepunkt zuſammentreffen und einen Winkel bilden, wie in der 29ſten und 30ſten Figur, wo die erſte eine gewöhnliche, die zweite eine Schnellwage vorſtellt. In der erſtern wo CE und CF gleich ſind, werden gleiche in E und F angehangene Gewichte im Gleich-

gewicht

gewicht ſeyn, wenn die Punkte E und F in einer wagerechten Lage ſind. Wenn die Linien EG und FH wirklich ſenkrecht ſind, ſo werden ſie die Richtungslinien, worinn die in E und in F angebrachten Kräfte wirken, bezeichnen. Zwiſchen den im Gleichgewicht ſtehenden Gewichten E und F iſt alſo eben das Verhältniß wie zwiſchen CI und CK die von dem Punkt C auf die beiden Linien EG und FH ſenkrecht gezogen ſind. Wenn alſo die Gewichte gleich ſind; ſo müſſen auch die beiden Linien CI und CK gleich ſeyn, wenn jene im Gleichgewicht ſtehen ſollen. Die Leſer werden leicht einſehn, daß, weil CE und CF gleich ſind, die Linien CI und CK es ebenfalls ſeyn werden, wenn E und F in wagerechter Lage ſind.

§. 37.

Wenn man dem Hebel irgend eine andre Lage giebt, wie in der 31ſten Figur, ſo wird das Gewicht an dem am höchſten ſtehenden Arm das andre überwältigen. Man ſieht hier deutlich, daß wann F höher liegt als E, die ſenkrechte Linie CK länger ſeyn wird, als CI: folglich wären die Gewichte im Gleichgewicht, wenn das in F leichter wäre, als das in E angebrachte: das in F angebrachte iſt aber eben ſo ſchwer, als das in E; es iſt alſo größer, als nothwendig dazu iſt, um dem in E das Gleichgewicht zu halten, folglich wird es den Wagebalken niederziehn.

§. 38.

Fig. 32. Auf gleiche Weiſe verhält es ſich mit einer Schnellwage. Sind die Gewichte bei E und F in dem zum Gleichge-

Gleichgewicht erforderlichen Verhältniß, wenn die Punkte E und F wagerecht liegen: ſo wird bei Veränderung dieſer Lage das am höchſten ſtehende Gewicht am meiſten wiegen. Wenn ſich nämlich in der wagerechten Lage der Punkte E und F das Gewicht in E zu dem in F verhält, wie CK zu CI, ſo wird, wenn der Punkt F höher als der Punkt E zu liegen kommt, F gegen E ein größeres Verhältniß haben, als CI zu CK.

§. 39.

Ein Hebel kann außerdem an einer Axe angebracht ſeyn, und in dieſem Fall brauchen ſich ſeine beiden Arme nicht eben zu berühren. Sie können an verſchiedenen Orten der Axe befeſtigt ſeyn. Ein Arm des Hebels ſei in der Axe im Punkte C, der andre in D befeſtigt; wenn man alsdenn in E dem Endpunkt von dem im Punkt C an der Axe angebrachten Arm ein Gewicht anbringt, und ein anderes in F, dem Endpunkt des in der Axe im Punkte D beveſtigten Arms; ſo werden dieſe beiden Gewichte ſich das Gleichgewicht halten, wenn ſich das in E zu dem in F angebrachten verhält, wie der Arm DF zum Arm CE. Fig. 33.

§. 40.

Dies iſt der Fall wenn beide Arme auf der Axe ſenkrecht ſtehn, und, wie die Geometer ſich auszudrücken pflegen, in einerlei Ebene liegen, oder mit andern Worten, wenn die Arme ſenkrecht und dergeſtalt in der Axe befeſtigt ſind, daß der eine wagerecht liegt,

wenn

wenn der andre dieſe Lage hat. Steht einer von beiden Armen nicht ſenkrecht auf der Axe ſo muß man, um das Verhältniß zwiſchen den Gewichten zu beſtimmen, anſtatt auf die Länge des Armes zu ſehn, von dem Ende dieſes Armes eine ſenkrechte Linie ziehn, und es nach dieſer berechnen. Sind die Arme nicht ſo befeſtigt, daß ſie zu gleicher Zeit in eine wagerechte Lage kommen; ſo befolgt man, um das gehörige Verhältniß zwiſchen ihren Gewichten aufzufinden, eben die Methode, die wir oben angaben, als wir von Hebeln handelten, deren Arme in ihrem Ruhepunkt in einem Winkel zuſammenſtoßen.

§. 41.

Von dem Hebel deſſen Arme an einer Axe befeſtigt ſind, ſchreiten wir ſehr natürlich zur Unterſuchung über ein anderes mechaniſches Werkzeug, über das Rad mit ſeiner Axe.

§. 42.

Dies Werkzeug iſt ein Rad an ſeiner Axe, ſo befeſtigt, daß dieſe an jedem Ende gehalten wird und ſich nebſt dem Rade frei umdrehen kann. In der 34ſten Figur iſt AB das Rad, CD die Axe, die beiden Stützen ſind E und F. Nun denke man ſich ein Gewicht G, das an einem um die Axe gehenden Seil hängt, und ein andres Gewicht H, an einem Seil hängend, das in entgegengeſezter Richtung um das Rad geht; ſo muß, wenn ſich beide Gewichte im Gleichgewicht halten ſollen, das Gewicht H ſich zum Gewicht

wicht G verhalten, wie der Durchmeſſer der Axe zum Durchmeſſer des Rades.

§. 43.

Geſezt die Linie kl ſei die Axe des Rades und von demjenigen Punkt der Axe, wo das Seil, woran das Gewicht G hängt, von der Axe abgeht, wie in m, ſei eine ſenkrechte Linie mn auf kl gezogen; eben ſo ſei von dem Punkt o, wo das Seil woran H hängt, vom Rade abgeht, die Linie op ſenkrecht auf kl gezogen. In dieſem Fall kann man op und mn wie zwei Arme eines in der Axe kl befeſtigten Hebels anſehn, woraus dann folgt, daß ſich das Gewicht H zum Gewicht G verhalten wird, wie mn zu op: mn verhält ſich aber zu op wie der Durchmeſſer der Axe zum Durchmeſſer des Rades; denn mn iſt der Halbmeſſer von jener und op der Halbmeſſer von dieſem.

§. 44.

Wenn das Rad in Bewegung geſezt wird, bis das Seil, woran G hängt, einmahl mehr um die Axe gewunden iſt; ſo wird zu gleicher Zeit das Seil woran H hängt, eine Windung weniger als vorher auf dem Rade haben. Die Geſchwindigkeit des Punktes G wird ſich alſo zur Geſchwindigkeit des Punktes H verhalten, wie der Durchmeſſer der Axe zum Durchmeſſer des Rades, das heißt eben ſo wie das Gewicht H zu G. Eben die Hauptregel alſo, die wir beim Hebel feſtſezten, gilt alſo auch hier: die Gewichte ſind

im Gleichgewicht, wenn ihre Geſchwindigkeiten mit ihrer Schwere im verkehrten Verhältniß ſtehn.

§. 45.

Wenn man an Einer Axe zwei Räder von ungleicher Größe befeſtigt und an jedes derſelben ein Gewicht hängt; ſo werden ebenfalls dieſe Gewichte im Gleichgewicht ſtehn, wenn ſich das am größern Rade zu dem am kleinern verhält, wie der Durchmeſſer des kleinen Rades zum Durchmeſſer des größern.

§. 46.

Man verbindet öfter in einer Maſchine mehrere Räder, die vermittelſt einiger an dem Umfange jedes Rades angebrachten Zähne in einander greifen, und ſich die Bewegung mittheilen. Man ſieht eine ſolche Maſchine in der 36ſten Figur. ABC iſt eine Kurbel, vermittelſt deren man das kleine mit Zähnen verſehene Rad D umdreht, deſſen Zähne in ein größeres auf der Axe GH befeſtigtes Rad EF eingreifen. An dieſer Axe ſei auch noch ein kleines Rad O, deſſen Zähne wiederum in ein größeres auf der Axe RS befeſtigtes Rad PQ eingreifen, um welches ein Seil gewunden iſt, welches das Gewicht T hält. Das erforderliche Verhältniß, um ein Gleichgewicht zwiſchen der Laſt T und der in A an der Kurbel angewandten Kraft hervorzubringen, findet man nun ganz leicht; wenn man das Verhältniß der Geſchwindigkeiten zwiſchen dem Punkt A und dem Gewicht T berechnet. Wenn die Kurbel ein-

mahl

mahl herumgedreht iſt, ſo hat der Punkt A einen Kreis beſchrieben, deſſen Durchmeſſer AV iſt. Geſezt das Rad EF habe zehnmal ſo viel Zähne als das Rad D, ſo muß die Kurbel zehnmahl herumgehn, ehe das Rad EF einmahl herumgeht. Hat das Rad KL gleichfalls zehnmahl ſo viel Zähne als das Rad I; ſo muß dies lezte zehnmahl herumgehn, ehe KL einmahl herumkommt; und folglich muß ſich die Kurbel ABC hundertmahl umdrehn, ehe das Rad KL ein einzigesmahl herum kommt. Hat endlich das Rad PQ wieder zehnmahl ſo viel Zähne, als O; ſo muß die Kurbel tauſendmahl herumgehn, ehe das Rad PQ oder die Axe RS ein einzigesmahl herumkommt. Hieraus folgt dann, daß die in A angebrachte Kraft tauſendmahl den Kreis AV durchlaufen ſeyn muß, ehe das Gewicht T um ſo viel in die Höhe gehoben wird, als der Umkreis der Axe RS beträgt; und ferner, daß die in A angebrachte Kraft dem Gewicht T das Gleichgewicht halten wird, wenn ſie ſich zu dieſem verhält wie der Umfang der Axe zum Umfange des Kreiſes AV tauſendmahl genommen; oder, welches auf eins herauskommt, wie der Halbmeſſer der Axe zur Linie AB tauſendmahl genommen.

§. 47.

Jezt wollen wir zur Erklärung der Wirkungen der Rolle übergehn. Man ſieht leicht, daß die Kraft Fig. 37.
A, wovon das Gewicht B gehalten wird, dieſem Gewicht gleich ſeyn muß, da die Bewegung der Kraft und

des Gewichtes gleiche Geſchwindigkeit haben. Die einzige Wirkung der Rolle E beſteht darinn, daß ſie die Kraft in den Stand ſezt, in einer andern Richtung zu wirken, als ſie thun könnte, wenn ſie unmittelbar, ohne Dazwiſchenkunft eines ſolchen Werkzeuges das Gewicht halten ſollte.

§. 48.

Fig. 38. Das Gewicht A ſei an der Rolle B befeſtigt, und das Seil, welches das Gewicht hält werde mit dem einen Ende an dem Haken C befeſtigt, und an dem andern Ende durch die Kraft E gehalten: ſo wird der Haken, wenn man beide Ende des Seils daran feſt machte, das ganze Gewicht tragen, wovon jezt alſo jedes Ende die Hälfte trägt: hieraus folgt, daß die Kraft E, welche das eine Ende des Seils hält, gerade der Hälfte des Gewichts gleich ſeyn muß. Eben dies Verhältniß zwiſchen beiden bringt man heraus, wenn man ihre reſpectiven Geſchwindigkeiten vergleicht, im Fall man die Kraft und das Gewicht in Bewegung ſezte; denn augenſcheinlich muß die Kraft eine zweimahl ſo große Linie, als die Entfernung zwiſchen dem Haken und der Rolle ausmacht, durchlaufen, ehe dieſe bis an den Haken erhoben wird.

§. 49.

Eben ſo leicht iſt die Berechnung wenn mehrere Fig. 39. u. 40. Rollen mit einander verbunden ſind. In der 39ſten Figur ſind ſechs Rollen und folglich wird das Gewicht von ſechs Seilen gehalten, in der 40ſten Figur geſchicht

dies

dies durch fünf: die erforderliche Kraft um die Laſt zu halten, beträgt alſo im erſten Fall den ſechſten, und im zweiten den fünften Theil des Gewichts.

§. 50.

Es giebt noch zwei andere Arten eine Laſt durch Rollen halten zu laſſen, die ich nicht mit Stillſchweigen übergehn darf.

§. 51.

Eine Art davon ſieht man in der 41ſten Figur. Wenn ein Gewicht an der Rolle B hängt *) ſo würde eine unmittelbare daran angebrachte Kraft, die nur die Hälfte des Gewichts A betrüge, zur Haltung deſſelben hinreichend ſeyn. Die Rolle C wird alſo mit einer Kraft, welche der Hälfte des Gewichts A gleich iſt, niederwärts gezogen. Würde aber die Rolle D unmittelbar durch die Hälfte der Kraft gehalten, womit die Rolle C niederwärts gezogen wird, ſo würde dieſe Rolle D der Rolle C das Gleichgewicht halten; ſo daß alſo die Rolle D das Gewicht A halten kann, wenn eine Kraft bei ihr angebracht iſt, die den vierten Theil dieſes Gewichts beträgt. Schließt man auf dieſe Weiſe weiter fort, ſo findet man, daß die Rolle D gehalten werden kann, wenn in E eine Kraft angebracht iſt, welche die Hälfte von der zur unmittelbaren Haltung

*) Es iſt gut für jezt und für die Folge zu erinnern, daß der Verfaſſer bloß Laſt und Kraft in Erwägung zieht, ohne auf das Gewicht der Rollen Rückſicht zu nehmen.

der Rolle D erforderlichen beträgt; folglich wird eine in E angebrachte Kraft das Gewicht A halten; wenn ſie dem achten Theil deſſelben gleich iſt.

§. 52.

Eine andre Art eine Laſt an Rollen anzubringen ſieht man in der 42ſten Figur. Um das, was wir hierüber zu ſagen haben, dem Leſer deſto verſtändlicher zu machen, bitten wir ihn, mehrere aufgehängte Gewichte wie in der 43ſten Figur zu betrachten. Wenn Laſten und Kraft ſich daſelbſt das Gleichgewicht halten, ſo iſt die Kraft A gleich der Laſt B, die Laſt C iſt zweimahl ſo groß als A und aus gleichem Grunde D zweimahl ſo groß als C, oder viermahl ſo groß als die Kraft A. Die drei Gewichte B, C, D, zuſammengenommen, ſind alſo augenſcheinlich ſiebenmahl ſo groß als die Kraft A. Wenn aber dieſe drei Gewichte nur ein einziges ausmachten, ſo wären wir in dem in der 42ſten Figur vorgeſtellten Fall, daß alſo das Gewicht A daſelbſt, wenn drei Rollen vorhanden ſind, ſiebenmahl ſo groß iſt, als die Kraft B. Wären nur zwei Rollen da, ſo dürfte das Gewicht nur dreimahl ſo groß und wären ihrer viere da, ſo müſte es funfzehnmahl ſo groß ſeyn, um mit der Kraft B im Gleichgewicht zu ſtehn.

§. 53.

Wir wollen uns bei dem Keil, einem ſehr einfachen und gebräuchlichen Werkzeuge, nicht aufhalten.
Fig. 44. Wenn man ihn unter einer Laſt anbringt, ſo wird die

Kraft,

Kraft, womit der Keil die Laſt hebt, wenn man ihn durch einen Schlag auf das Ende AB vorwärts treibt, ſich zu der Kraft, womit eben dieſer Schlag unmittelbar auf die Laſt wirken würde, eben ſo verhalten, wie der Grad von Geſchwindigkeit, den der Keil von dem Schlage erhält, ſich zu dem Grade von Geſchwindigkeit verhält, womit das Gewicht durch den Keil gehoben wird.

§. 54.

Die Schraube iſt das fünfte mechaniſche Werkzeug. Man macht auf zweierlei Weiſe Gebrauch davon. Zuweilen läßt man ſie ſich in einer Schraubenmutter bewegen, wo die Schraubenſpindel AB durch eine in CD angebrachte Oefnung geht, deren Hervorragungen in die Vertiefungen der Spindel paſſen. Auch bringt man die Schraube zuweilen bei den Zähnen eines Rades an, ſo daß die Zähne in das Gewinde eingreifen. Wenn in einem dieſer Fälle eine Kurbel AE am Ende A der Schraubenſpindel angebracht iſt; ſo verhalten ſich die Kraft womit das Ende B der Schraube (Fig. 45.) niederwärts ſtrebt, und die Kraft, wovon die Zähne des Rades CD (Fig. 46.) gedrängt werden, jede zu der am Ende E von der Kurbel angebrachten Kraft, wie die Geſchwindigkeit, womit das Ende E ſich bewegen wird, wenn die Schraube in Bewegung geräth, ſich zu der Geſchwindigkeit verhält, womit das Ende B der Schraubenſpindel (Fig. 45.), oder die Zähne des Rades CD (Fig. 46.) ſich bewegen werden.

Fig. 45. Fig. 46.

§. 55.

§. 55.

Die Schiefflaͤche gehoͤrt auch unter die Mittel, Fig. 47. eine Laſt leichter zu heben. Geſezt man ſolle die Kugel A vom Punkte C bis zu einem andern heben, deſſen ſenkrechte Hoͤhe ED ſei, wenn die Linie EC die Waſſerflaͤche vorſtellt. Zieht man alsdann dieſe Kugel laͤngſt der Flaͤche DF, ſo braucht man weniger Kraft, als wenn man ſie ſenkrecht bis zur verlangten Hoͤhe heben wollte. Wenn in dem gegebenen Beiſpiel die an der Kugel angebrachte Kraft ſich zu ihrem Gewicht verhaͤlt wie ED zu FD, ſo wird die Kugel ſchon gehalten werden, und der geringſte Zuwachs der Kraft wird ſie in Bewegung ſetzen und in die Hoͤhe heben; wenn nicht die Kugel bei ihrem Druck auf die Flaͤche mehr oder weniger an derſelben feſt haͤlt. Dies muß nothwendig geſchehn, da keine Flaͤche ohne alle Unebenheiten, oder ſo vollkommen hart iſt, daß ſie gar nicht dem Eindruck der Laſt nachgaͤbe. Daher kann ſich die Kugel nicht ohne wechſelſeitiges Reiben auf der Ebene bewegen, und es gehoͤrt alſo noch ein Grad Kraft mehr dazu, um ſie zu bewegen, als um ſie zu halten. Da aber dieſe Unbequemlichkeit der Friction mehr oder weniger bei allen mechaniſchen Geraͤthſchaften Statt findet; ſo begnuͤge ich mich mit der Unterſuchung, wie viel Kraft zur Haltung der Kugel erforderlich ſeyn wuͤrde, wenn ſie ſich ohne alle Reibung auf der Flaͤche bewegen koͤnnte. Nun behaupte ich: wenn die Kugel von dem Seil GH gezogen wird, welches mit der Flaͤche DF parallel liegt und wenn die am Seil angebrachte Kraft ſich zum Gewicht

wicht der Kugel verhält, wie ED zu DF ſo wird dieſe Kraft zur Haltung der Kugel hinlänglich ſeyn. Um dies zu beweiſen denke man ſich das Seil GH über die Rolle I fortgezogen und an der Rolle das Gewicht K. Wenn alsdann das Gewicht ſich zur Kugel A verhält, wie DE zu DF ſo wird die Kugel gehalten werden. Man kann nicht in Zweifel ziehn, dünkt mich, daß der Mittelpunkt der Kugel A mit dem Seil HG in einer geraden Linie liege. L ſei der Mittelpunkt der Kugel und M der Schwerpunkt des Gewichtes K. Das Gewicht hänge in ſolch einer Höhe, daß eine von L nach M gezogene Linie wagerecht ſei; wenn ſich in dieſem Fall die Kugel auf der Fläche DF aufwärts oder niederwärts bewegt, ſo wird das Gewicht ebenfalls aufwärts und niederwärts gehn, ſo daß der gemeinſchaftliche Schwerpunkt beider Körper immer in der Linie LM, alſo in der vorigen Höhe bleibt.

Um dieſen Satz deutlicher zu machen, will ich einige mathematiſche Demonſtrationen hier gebrauchen, die aber jedem Leſer, dem nur die Anfangsgründe des Euklides bekannt ſind, verſtändlich, und deren Wahrheit auch denen, die gar keine Kenntniß von der Geometrie haben, einleuchtend ſeyn wird. Geſezt die Kugel ſei ſo weit vorgerückt, daß ihr Mittelpunkt in G ſei; ſo wird M der Schwerpunkt des Gewichts K ſich in N befinden und die Linie MN wird mit GL gleich ſeyn. Nun ziehe man NG, welches die Linie ML in O durchſchneidet; ſo wird der Punkt O der gemein-

ſchaft-

ſchaftliche Schwerpunkt der beiden Gewichte in ihrer neuen Lage ſeyn. Man ziehe GP ſenkrecht auf ML ſo wird ſich GL zu GP verhalten, wie DF zu DE und da MN und GL gleich ſind; ſo wird ſich auch MN zu GP verhalten wie DF zu DE. Aber NO verhält ſich zu OG wie MN zu GP; folglich wird ſich NO auch zu OG verhalten, wie DF zu DE und NO verhält ſich alſo zu OG wie das Gewicht der Kugel A zum Gewichte K. Hieraus folgt, wenn der Mittelpunkt der Kugel A in G und der Schwerpunkt K in N iſt, daß alsdenn O der gemeinſchaftliche Schwerpunkt beider Gewichte iſt. Aus eben dieſer Schlußfolge erhellt, daß, wenn man die Kugel herabließe, der gemeinſchaftliche Schwerpunkt ebenfalls in der Linie ML geweſen ſeyn würde. Da nun alſo keine Bewegung der Kugel weder vorwärts noch rückwärts, den gemeinſchaftlichen Schwerpunkt in eine höhere oder niedrigere Lage bringt; ſo iſt aus dem obigen klar, daß A und K ſich einander im Gleichgewicht halten.

§. 56.

Jezt gehe ich zu der Lehre von den Penduln über. Ein Pendul iſt ein an einem Faden dergeſtalt aufgehangener Körper, daß er Schwingungen nach allen Richtungen annehmen kann. Die Geometer haben ſeine Bewegung ſehr genau unterſucht, weil es unter allen möglichen Werkzeugen zur Abmeſſung der Zeit am bequemſten iſt.

§. 57.

§. 57.

Ich habe ſchon oben (§. 23.) anzumerken Gelegenheit gehabt, daß ein an einem Seil ſenkrecht hangender Körper wie A in der 48ſten Figur, wenn er in Bewegung geſezt wird um den Kreisbogen AC zu beſchreiben, ſo bald er auf den höchſten Punkt dieſes Bogens gekommen iſt, wieder zurückkommt, und in A aufs neue eben den Grad von Bewegung hat wie vorher: alſo wird er nach dem Punkt zurück ſteigen, der mit C wagerecht liegt. Indem er den Bogen DA beſchreibt, wird er in A wiederum ſeine urſprüngliche Geſchwindigkeit erhalten, zum zweitenmahl den Bogen AC bis C beſchreiben; und ſo immer weiter. Wir läugnen nicht, daß jedes in Bewegung geſezte Pendul immer kleinere Schwingungen machen und endlich ſtill ſtehn wird, wenn nicht eine immerfort wirkſame Kraft dabei angebracht iſt, die in jedem Augenblick ſeine Bewegung erneuert; allein dieſe Verminderung der Bewegung rührt von dem Widerſtande her, den der Körper und der Faden woran er hängt, in der Luft antreffen: überdem muß der Faden bei der Bewegung des Gewichts entweder um den Zapfen gehn oder ſich beugen: im erſten Fall wird einige Reibung Statt finden, und im zweiten wird der Faden bis auf einen gewiſſen Punkt ſeiner Beugung widerſtehn. Wenn aber aller Widerſtand gehoben werden könnte, ſo würde die Bewegung des Penduls immer ununterbrochen fortwähren.

§. 58.

Die erſte Eigenſchaft, deren ich bei Betrachtung der Pendulbewegung erwähnen will, beſteht darinn: je größer ein Bogen iſt, um deſto mehr Zeit bedarf das Pendul um ihn zu beſchreiben, obgleich die Länge der Zeit nicht in gleichem Verhältniß mit der Länge des Bogens wächſt. CD ſei ein größerer, EF ein kleinerer Bogen, und überdem ſei EA mit AF gleich; ſo wird der Körper, um den größeren Bogen CD zu durchlaufen, längere Zeit brauchen, als um von E nach F zu gelangen; oder um es deutlicher auszudrücken, die Zeit während welcher der Körper frei vom Punkt C bis zum Punkt A fällt, iſt größer als die, deren er bedarf, um nach eben dieſem Punkt zu kommen, wenn er frei von dem Punkt E an herabfällt; aber die Dauer der erſten Zeit wird ſich nicht zur Dauer der andern genau verhalten wie der Bogen CA zum Bogen EA. Der Beweis dieſes Satzes wird folgendermaaßen geführt. CG und EH denke man ſich als zwei wagerechte Linien. Oben (§. 20.) iſt angemerkt, daß ein Körper, der durch den Bogen CA fällt, im Punkt A eben die Geſchwindigkeit haben muß, die er haben würde, wenn er ſenkrecht von G bis A gefallen wäre, und daß er, wenn er durch den Bogen EA fällt, nur den Grad von Geſchwindigkeit haben kann, den er durch einen Fall von H bis A bekommen haben könnte. Ein Körper, der durch einen größern Bogen CA herabfällt, wird alſo in dem niedrigſten Punkt ſeines Falls eine größere Geſchwindigkeit haben, als wenn er durch einen

nen kleinern Bogen fiele; ſo daß alſo ſeine größere Geſchwindigkeit in einigem Grade die größere Länge des Bogens erſetzen kann.

§. 59.

Die Vermehrung der Geſchwindigkeit, welche der Körper bei ſeinem Fall von einer größeren Höhe erhält, iſt ſo, daß der Körper, wenn man die Linien AC und AE zieht, die längſte Linie CA gerade während derſelben Zeit in ſeinem Fall zurücklegen würde, während welcher er die kleinere EA zurücklegt. Dies wird in der Geometrie dargethan, wo man beweiſt, daß wenn ein Kreis ABCD in einer ſenkrechten Stellung ſteht, Fig. 49. ein Körper in ſchiefer Richtung längſt einer Linie wie AB, die von dem niedrigſten Punkt des Kreiſes A bis zu irgend einem andern Punkt in ſeinem Umfange gezogen iſt, gerade in derſelben Zeit herabfallen wird, die er brauchen würde, um ſenkrecht den Diameter CA zu durchlaufen. Aber die Zeit, während welcher der Körper den Bogen beſchreibt, iſt von derjenigen verſchieden, die er braucht, um längſt der Linie BA herabzufallen.

§. 60.

Einige Schriftſteller haben behauptet, da zwiſchen einem ſehr kleinen Bogen und ſeiner Sehne faſt kein Unterſchied iſt, ſo müſſe die kleine Sehne faſt in eben dem Zeitraum durchlaufen werden, wie der kleine Bogen zu dem ſie gehört: ſo daß, wenn das Pendul ſeine Schwingungen in ſehr kleinen Bogen machte, die Hälfte

der

der Zeit, die es zu einer halben Schwingung braucht, faſt derjenigen gleich ſeyn muß, die ein Körper braucht, um zweimahl die Länge des Penduls zu durchlaufen. Das heißt, die ganze zu einer Schwingung erforderliche Zeit, würde nach dieſer Meinung viermahl ſo lang ſeyn als diejenige, welche erfordert würde, damit der Körper frei die Hälfte von der Länge des Penduls durchliefe; weil die Zeit, welche der Körper bedürfen würde, um frei die Länge des Penduls zweimahl zu durchlaufen, die Hälfte der Zeit iſt, welche erforderlich wäre, um frei den vierten Theil dieſer Länge zu durchlaufen. Allein hierinn liegt ein Irrthum. Die ganze Zeit einer Schwingung, wenn das Pendul ſehr kleine Bogen beſchreibt, verhält ſich zu der Zeit, worinn ein Körper die halbe Länge des Penduls frei durchlaufen würde, wie der Umfang eines Kreiſes zu einem Durchmeſſer, das heißet, wie 355 zu 113, oder beinahe wie 3 zu 1. Macht das Pendul eine ſo große Schwingung, daß es einen Bogen beſchreibt, der mehr als den ſechſten Theil vom Umfange des Kreiſes beträgt, ſo wird es nur 115 Schwingungen machen, anſtatt daß es nach dieſem Verhältniß 117 machen ſollte; es verliert alſo bei einem ſo großen Bogen beinahe zwei Schwingungen auf hundert. Durchläuft das Pendul bei jeder Schwingung nur $\frac{1}{10}$ des Umfanges, ſo wird es nur eine Schwingung auf 160 verlieren. Iſt der beſchriebene Bogen nur $\frac{1}{20}$ des Umfangs, ſo geht auf 690 Schwingungen nur Eine verloren. Wäre er nur $\frac{1}{40}$ ſo ginge nur auf 2600 Schwingungen eine verloren. Wenn endlich

lich das Pendul nur $\frac{1}{60}$ des Umfangs beſchriebe; ſo verlöre es nur jedesmal eine Schwingung auf 5800.

§. 61.

Hieraus folgt, daß die Penduln, die nur kleine Bogen durchlaufen, wenig daran fehlt, daß nicht ein feſtes Verhältniß zwiſchen dem Zeitraum jeder Schwingung und zwiſchen demjenigen Statt finde, den ein Körper brauchen würde, um die Hälfte ihrer Länge frei zu durchlaufen. Wir haben oben gezeigt (§. 17.), daß die Räume, welche die Körper durchlaufen, ſich verhalten wie die Quadrate der zum Fall gebrauchten Zeiten. Wenn alſo Penduln von verſchiedener Länge ihre Schwingungen in kleinen Bogen machen, ſo verhalten ſich ihre Längen wie die Quadrate der zu ihren Schwingungen gebrauchten Zeiten: ſo daß ein Pendul, was viermahl ſo lang als ein anders iſt, zweimahl ſo viel Zeit zu jeder Schwingung braucht, und ein Pendul, das neunmahl ſo lang als ein andres iſt, nur eine Schwingung während der Zeit macht, worinn jenes drei Schwingungen vollendet, und ſo immer weiter.

§. 62.

Dies Verhältniß zwiſchen den Schwingungen der verſchiedenen Penduln findet nicht nur Statt, wenn die Bogen klein, ſondern auch wenn ſie größer ſind; nur müſſen ſie, wie die Geometer ſich ausdrücken, einander ähnlich ſeyn, das heißt, jeder muß mit dem Umfange ſeines Kreiſes in eben dem Verhältniß ſtehn, wie die andern. Geſetzt der Bogen EF werde durch Fig. 50.

die

die Bewegung des Penduls AB und der Bogen GH durch das Pendul CD beſchrieben, und der Bogen EF verhalte ſich zu dem ganzen Umfange des Kreiſes den AB beſchreiben würde, wenn es rund herum um den Punkt A geführt würde, wie ſich GH zu dem Umfange des Kreiſes verhält, den das Pendul CD machen würde, wenn es rund um den Punkt gedreht würde; ſo verhält ſich alsdann die Länge des Penduls AB zur Länge des Penduls CD wie die Quadrate der Zeiten, die zur Beſchreibung der Bogen EF und GH erforderlich ſind.

§. 63.

Penduln, die ſehr kleine Bogen beſchreiben, ſind alſo beinahe vollkommen genaue Zeitmeſſer. Da aber dieſe Genauigkeit noch nicht völlig geometriſch iſt, ſo haben die Mathematiker ein Mittel erſonnen, einem Pendul eine ſolche ſchwingende Bewegung zu geben, daß es, wenn es keinen Widerſtand fände, zu jeder Schwingung vollkommen gleiche Zeit bedürfen würde, es mag einen größern oder kleinern Bogen beſchreiben. Dem großen Huygens verdanken wir dieſe wichtige Erfindung, wovon wir dem Leſer doch einen Begriff
Fig. 51. beibringen wollen. Der Kreis CDE ſtehe dergeſtalt auf der geraden Linie AB, daß ſie im Punkt C eine Tangente von ihm iſt. Der Kreis rolle nun auf dieſer Linie, wie ein Rad auf der Erde rollt. Offenbar wird dann der Punkt C, ſo bald der Kreis ſich zu bewegen anfängt, die gerade Linie AB verlaſſen und die krumme Linie CFGH beſchreiben. Der Theil der geraden

Linie

Linie CH, der zwiſchen den beiden Endpunkten der Linie CFGH, zwiſchen C und H liegt, wird dem ganzen Umfange des Kreiſes CDE gleich ſeyn; und wenn man dieſe Linie CH im Punkt I in zwei gleiche Theile theilt, und von dieſem Punkt aus die Linie IK ſenkrecht auf CH aufrichtet; ſo wird dieſe ſenkrechte Linie dem Durchmeſſer des Kreiſes CDE gleich ſeyn. Wenn nun ein Körper vom Punkt H herabfallen und vermöge ſeiner Schwere die Linie HGK beſchreiben, und ein anderer Körper vom Punkt G aus auf gleiche Weiſe herabfallen ſollte; ſo wird der von G aus fallende Körper um bis zum Punkt K zu kommen, eben ſo viel Zeit gebrauchen, als der andere Körper brauchte, um von dem Punkte H aus ebenfalls dahin zu gelangen. Man darf es alſo bloß ſo einrichten, daß ein Pendul die Linie HGFC beſchreibe, um Schwingungen zu haben, welche, ſie mögen groß oder klein ſeyn, in vollkommen gleicher Zeit geſchehn: denn die Zeit, welche dazu erfordert wird, um bis zum Punkte K zu kommen, iſt allemahl die Hälfte von der zu einer ganzen Schwingung erforderlichen. Damit ein Pendul aber die angegebene Linie beſchreibe, macht man folgende Veranſtaltung. Man verlängere KI nach oben bis zum Punkte L ſo Fig. 52.
daß IL mit IK gleich ſei. Ferner ſei die Linie LMH der Linie KH gleich und ähnlich und werde dergeſtalt angebracht, wie in der Figur zwiſchen den Punkten L und H, ſo daß der Punkt, der in der Linie LMH dem Punkt H in KH entſpricht, auf den Punkt L, und der dem Punkt K entſprechende Punkt auf H fällt. Eine

der-

der gleichen Linie LNC werde zwiſchen L und C auf eben dieſe Weiſe angebracht. Wenn man nun im Punkt L ein Pendul von der Länge aufhängt, daß es bis zum Punkte K reicht, und ſich der Faden, ſo wie es ſeine Schwingungen macht, wechſelsweiſe an die Linien HML und LNC anlegt, ſo wird das Gewicht beſtändig die Linie KH beſchreiben.

§. 64.

Da nun dies Pendul alle ſeine Schwingungen, ſie mögen groß oder klein ſeyn, in gleicher Zeit vollbringt; ſo wird die Dauer jeder Schwingung ſich immer genau zu der Zeit, welche dazu erfordert wird, daß ein Körper frei die Hälfte von der Länge des Penduls, nämlich IK durchlaufe, eben ſo verhalten, wie der Umfang eines Kreiſes zu ſeinem Durchmeſſer.

§. 65.

Hieraus kann man zu gleicher Zeit ſehn, warum die Dauer der Schwingungen bei Penduln, die nur kleine Bogen machen, beinahe gleich ſind, wenn gleich dieſe Bogen ſehr ungleich ſind; denn wenn man den Halbmeſſer LK den Kreisbogen OKP beſchreiben läßt; ſo wird dieſer Bogen in ſeinem niedrigſten Theil von der krummen Linie CKH nicht gar ſehr abweichen.

§. 66.

Man kann bei dieſer Gelegenheit anmerken, daß
Fig. 53. ein Körper, indem er dieſe Linie CKH beſchreibt, von dem Punkt C zu irgend einem andern Punkt, wie nach Q oder

oder R in einer kürzern Zeit kommen wird, als wenn er eine gerade von C nach dieſem Punkte gezogene Linie, oder ſonſt irgend eine zwiſchen dieſen beiden Punkten befindliche Linie durchliefe.

§. 67.

Da ich ſchon geſagt habe, daß die Zeit, welche ein Pendul zu jeder Schwingung braucht, von ſeiner Länge abhängig iſt, ſo will ich jezt noch ein paar Worte über das Maas dieſer Länge hinzufügen. Könnte das ganze Gewicht des Penduls in einen einzigen Punkt vereinigt werden, ſo würde dieſe Länge dem Faden oder der Stange gleich ſeyn, woran es hängt. Allein das Gewicht des Penduls muß eine merkliche Größe haben, und die verſchiedenen Theile dieſes Gewichts werden nicht gleiche Grade von Geſchwindigkeit in ihrer Bewegung haben, ſondern diejenigen, welche von dem Aufhangepunkt am weitſten entfernt ſind, werden ſich mit größerer Geſchwindigkeit bewegen, als die näher liegenden. Um alſo die Zeit zu beſtimmen, die ein Pendul zu jeder Schwingung braucht, muß man den Punkt im Körper auffinden, der ſich mit demſelben Grade von Geſchwindigkeit bewegt, als ob der ganze Körper in dieſem Punkt vereinigt wäre.

§. 68.

Dieſer Punkt iſt nicht der Schwerpunkt, wie aus folgendem erhellet. Das Pendul AB ſei aus der unbiegſamen Stange AC und aus der Kugel CB zuſam- Fig. 54.

mengeſezt und im Punkte A in wagerechter Richtung befeſtigt. Wäre die Stange nicht im Punkt A befeſtigt, ſo würde der Körper CB ſenkrecht mit ſeiner ganzen Schwere herabfallen, und jeder Theil von ihm würde bei dieſem Fall gleiche Geſchwindigkeit haben. Da aber die Stange bei A befeſtigt iſt, ſo muß der Körper nothwendig auf eine andre Weiſe fallen; denn ſeine Theile werden beim Fall einen verſchiedenen Grad von Geſchwindigkeit haben: die näher bei A liegenden werden langſamer fallen als die entfernteren, ſo daß der Körper im Fallen eine Bewegung haben wird, die mit der Umwälzung eines Rades um ſeine Axe (Rotation) Aehnlichkeit hat. Wir haben aber oben bemerkt, daß die Schwerkraft auf einen Körper gerade ſo wirkt, als ob ſein ganzes Gewicht in ſeinem Schwerpunkt vereinigt wäre (§. 27). Da nun die Wirkung der Schwere dem Körper, indem ſie ihn abwärts zieht, zugleich jene Bewegung der Rotation mittheilt, wovon wir eben geredet haben; ſo iſt offenbar, daß der Schwerpunkt nur alsdann geſchwinder herunter fallen kann, wenn die Wirkung der Schwere allein den Fall des Körpers hervorbringt. Wenn alſo die Maſſe des Körpers CB in ſeinem Schwerpunkt vereinigt werden könnte, ſo daß die angeführte Bewegung der Rotation ſeinem Fall kein Hinderniß in den Weg legte, ſo würde dieſer Schwerpunkt geſchwinder herabfallen, als er jezt thun kann. Und derjenige Punkt, der jezt eben ſo geſchwinde herabfällt, als ob das ganze Gewicht des Körpers CB ſich darinn vereinigt befände, wird von

dem

dem Punkt A weiter entfernt ſeyn, als der Schwerpunkt des Körpers CB.

§. 69.

Jezt wollen wir annehmen, das Pendul AB ſei schräge aufgehängt. In dieſem Fall wird die Schwerkraft nicht ſo ſtark auf die Kugel wirken, als vorher. Wenn aber die Linie DE ſenkrecht auf AB die Stange des Penduls gezogen wird, ſo wird die Wirkung der Schwerkraft auf den Körper CB eben den Erfolg hervorbringen, als ob dieſer Körper von einer Schiefſläche wie DE herabgleiten ſollte. Hier wird aber die Bewegung des Körpers, wenn die Stange bei A feſt iſt, nicht eben ſo ſeyn, als wenn der Körper in einer ſtetigen Bewegung längſt dieſer Fläche herabfiele; denn der Körper wird hier ebenfalls jene Rotationsbewegung leiden; ſo daß die Bewegung des Schwerpunkts ebenfalls aufgehalten wird, und derjenige Punkt, der hier mit eben dem Grade von Geſchwindigkeit herabkommt, als wenn die Stange nicht in A befeſtigt wäre, das heißt, derjenige Punkt, der eben ſo geſchwinde herabkommt, als wenn das ganze Gewicht des Körpers in ihm vereinigt wäre, wird eben ſo weit von dem Punkte A liegen, wie vorher. Fig. 55.

§. 70.

Dieſer Punkt, nach welchem die Länge des Penduls eigentlich beſtimmt werden muß, heißt der Schwingungspunkt (centrum oſcillationis). Die Mathematiker haben allgemeine Regeln gegeben, um dieſen

Fig. 56. Punkt aufzufinden. Wenn die Kugel AB an dem Faden CD hängt, den man ſich ohne Schwere denkt, ſo wird man den Schwingungspunkt folgendergeſtalt beſtimmen. Man verlängere die gerade Linie CB durch die Kugel bis nach F, ſo wird dieſe Verlängerung unſtreitig durch den Mittelpunkt der Kugel gehn. Man nenne dieſen Mittelpunkt E und die Linie G werde ſo lang genommen, daß ſie ſich zu ED verhalte, wie ED zu EC. Wenn man nun EH gleich $\frac{2}{5}$ von G macht, ſo wird H der Oſcillationspunkt ſeyn. Iſt das Gewicht der Stange CD zu anſehnlich, als daß es nicht auch in Betracht gezogen werden müſte; ſo theile man
Fig. 57. CD dergeſtalt in I, daß CI gleich $\frac{2}{3}$ von CD wird; und mache K zu CI wie das Gewicht der Kugel AB zum Gewicht der Stange CD. Hat man auf dieſe Weiſe den Punkt H, den Schwingungspunkt der Kugel wie oben gefunden, ſo theile man IH in L, ſo daß IL ſich verhalte zu LH wie die Linie CH zu K, ſo wird der Punkt L der Schwingungspunkt des ganzen Penduls ſeyn.

§. 71.

Dieſe Berechnung beruht auf der Vorausſetzung, daß der Schwingungspunkt der Stange CD, wenn ſie ohne irgend einem daran hängendem Gewicht Schwingungen machen ſollte, in I ſeyn würde. Und dieſer Punkt würde ihr wahrer Schwingungspunkt ſeyn, wenn man keine Rückſicht auf die Dicke der Stange nimmt. Kommt aber auch die Dicke in Anſchlag, ſo muß der Schwingungspunkt ſo weit unterhalb I geſezt wer-

werden, daß die Entfernung von ihm bis zu I achtmal genommen, ſich zur Dicke der Stange verhält, wie dieſe Dicke zu ihrer Länge CD.

§. 72.

Wir haben oben angemerkt, wenn ein Pendul ei- Fig. 58. nen Kreisbogen beſchreibt, wie das Pendul AB den Kreisbogen CD, und man zieht eine wagerechte Linie EF von dem Punkt, von wo das Pendul hinabfällt auf die ſenkrechte Linie AG; ſo wird die Geſchwindigkeit, welche das Pendul im Punkte G hat, eben ſo groß ſeyn, als die Geſchwindigkeit eines Körpers, der ſenkrecht von F bis G gefallen wäre. Dies muß man von dem Kreisbogen verſtehn, den der Schwingungspunkt des Penduls beſchreibt. Ich bemerke nun noch ferner: wenn man die gerade Linie EG von dem Punkt, von wo das Pendul herabfällt, bis zu dem niedrigſten Punkte des Bogens zieht; ſo wird in dieſem oder in gleichen Penduln die Geſchwindigkeit, welche das Pendul in G bekommt, mit dieſer Linie proportional ſeyn: das heißt, wenn das Pendul nachdem es von E bis G gefallen iſt, wieder bis H zurückgezogen, und von da losgelaſſen wird und man zieht die Linie HG; ſo wird die Geſchwindigkeit, welche das Pendul in G durch ſeinen Fall vom Punkt H aus erhalten hat, ſich zu der Geſchwindigkeit, die es durch den Fall von E bis G bekommt, verhalten, wie die gerade Linie HG zur geraden Linie EG.

§. 73.

Wir gehn jezt zu der Lehre vom Zuſammenſtoß der Körper über. Der Ritter Wren, der durch ſeine Geſchicklichkeit in der Baukunſt ſo berühmt iſt, hat zuerſt den Gedanken gehabt, von den Penduln bei der Unterſuchung über die Wirkungen des Zuſammenſtoßens Gebrauch zu machen. Man hängt zwei gleiche oder ungleiche elfenbeinerne Kugeln A und B an zweien Faden in den Punkten C und D dergeſtalt auf, daß ſie ſich, wenn ſie in Ruhe ſind, einander berühren und die Fäden parallel laufen. Zieht man nun eine dieſer Kugeln von ihrer ſenkrechten Lage etwas zurück und läßt ſie alsdann los, ſo daß ſie gerade auf die andre trift, ſo kann man nach der Rechnung des vorigen Paragraphen die Geſchwindigkeit beſtimmen, womit die Kugel in ihre erſte ſenkrechte Lage zurückkommen, und folglich, mit wie viel Kraft ſie auf die andre Kugel treffen wird; anderſeits aus der Höhe, zu welcher die zweite Kugel nach dem Stoß hinauf ſteigt, wird man den Grad der Geſchwindigkeit beſtimmen können, der ihr mitgetheilt iſt. Die Kugel A z. B. werde bis nach E zurückgezogen und dann ſo loßgelaſſen, daß ſie nach Zurücklegung des Kreisbogens EF auf die Kugel B trift; dieſer Stoß hebe die Kugel B bis G und ſie beſchreibe alſo den Bogen HG. Zieht man nun die wagerechten Linien EI und GK, ſo wird die Kugel A mit eben dem Grade von Geſchwindigkeit auf B treffen, als wenn ſie frei vom Punkte I herabgefallen wäre; und die Kugel B hat einen ſolchen Grad von Geſchwindigkeit erhalten,

als erforderlich geweſen wäre, um ſie, wenn ſie ſenkrecht in die Höhe gehn ſollte, bis nach K zu treiben. Zieht man nun die Linien EF und HG; ſo verhält ſich die Geſchwindigkeit, womit die Kugel A auf B trift, zu der Geſchwindigkeit, die B durch dieſen Stoß erhalten hat, wie die gerade Linie EF zur geraden Linie HG. Wenn man nun noch darauf Acht giebt, wie hoch A noch nach dem Stoße ſteigt, ſo kann man daraus die Geſchwindigkeit abnehmen, die ihr nach dem Zuſammentreffen mit B noch übrig geblieben iſt. Hieraus kann man den Erfolg berechnen, den es haben müſte, wenn B feſt gemacht wäre und die Kugel A darauf träfe. Wenn man beide Körper zurückzöge und ſie dergeſtalt losließe, daß ſie gerade gegen einander ſtießen, indem ſie beide in die ſenkrechte Lage kämen, ſo müſte man die Punkte anmerken, wohin ſie nach dem Zuſammenſtoß zurückkommen werden.

§. 74.

Newton hat dieſe Verſuche beſchrieben und zugleich gezeigt wie man ſie noch zu einem höhern Grade von Genauigkeit bringen kann, wenn man auf den Widerſtand der Luft dabei Rückſicht nimmt. Da aber dieſer Widerſtand erſtaunlich geringe, und alles, was er darüber ſagt, äußerſt deutlich iſt, ſo darf ich mich darauf nicht weiter einlaſſen. Ich will lieber einer Entdeckung erwähnen, die er bei Gelegenheit dieſer Verſuche über die Elaſticität der Körper gemacht hat. Wir haben oben (Kap. I.) geſehn, daß zwei unelaſti-

elaſtiſche Körper nach ihrem Zuſammenſtoß in Berührung bleiben, zwei elaſtiſche aber aus einander ſpringen, und daß der Grad ihrer Elaſticität das Verhältniß zwiſchen der Geſchwindigkeit, womit ſie aus einander fahren, und zwiſchen derjenigen beſtimmt, die ſie beim Zuſammentreffen gehabt haben. Nun hat Newton gefunden, daß der Grad der Elaſticität in einerlei Körpern immer eben derſelbe zu ſeyn ſchien, welchen Grad von Kraft auch der Stoß haben mochte; das heißt, daß die Geſchwindigkeit womit ſie ſich von einander trennten zu derjenigen, womit ſie gegen einander geſtoßen waren, ſtets in gleichem Verhältniß bliebe. Dieſer große Mann machte den Verſuch mit zwei Kugeln von ſehr dicht zuſammengedrängter Wolle und fand, daß die Geſchwindigkeit, womit ſie ſich von einander entfernten, zu der, womit ſie gegen einander getroffen waren, ſich immerdar beinahe wie 5 zu 9 verhalte; er fand im Stahl beinahe denſelben Grad von Elaſticität; im Korkholz war ſie um etwas geringer, weit größer aber im Glaſe; denn er fand die Geſchwindigkeit, womit gläſerne Kugeln nach dem Stoß aus einander fuhren, zu der Geſchwindigkeit ihres Zuſammentreffens in dem Verhältniß wie 15 zu 16.

§. 75.

Jezt will ich, die Lehre von den Penduln mit der Bemerkung ſchließen, daß der Schwingungspunkt zugleich der Punkt einer andern Kraft iſt. Wenn ein Körper an einem Punkt hängt und ſich um denſelben her-

herumdreht, wenn man ihn in Bewegung ſezt; ſo wird dieſer Körper, wenn man nicht auf ſeine Schwere oder ſonſt ein Hinderniß Rückſicht nimmt, immerfort dieſelbige gleichförmige Bewegung behalten. Die Kraft nun, womit ſich ſolch ein Körper bewegt, iſt gänzlich in eben dem Punkte vereinigt, der in Rückſicht auf die Schwerkraft der Schwingungspunkt heißt. Der Cylinder ABCD deſſen Axe EF iſt, ſei an dem Punkt E befeſtigt; ſo wird man ſeinen Schwingungspunkt nach der oben angegebenen Regel (§. 71.) finden können. Geſezt dieſer Punkt ſei G; ſo iſt die Kraft, womit ſich der Cylinder um den Punkt E dreht, dergeſtalt in G vereinigt, daß eine hinreichende Kraft, die man gegen dieſen Punkt anbringt, die Bewegung des Cylinders ſo vollkommen aufhalten wird, daß er aufhören wird ſich zu bewegen, wenn er auch in dem Augenblick, wo der Widerſtand den Punkt G trift, von E losgemacht würde; anſtatt daß der Cylinder, wenn der Widerſtand irgend einen andern Punkt der Axe getroffen hätte, ſich um denjenigen Punkt, wo der Widerſtand angebracht wäre, herumgedreht haben würde. Hätte man den Widerſtand zwiſchen E und G angebracht, ſo würde ſich der Cylinder dergeſtalt um den Punkt, den der Widerſtand träfe, herumgedreht haben, daß das Ende BC ſich nicht mehr nach der Richtung fortbewegt hätte, die es bis jezt nebſt dem ganzen Cylinder befolgte: wäre aber der Widerſtand in größerer Entfernung vom Punkte E, als der Punkt G hat, an der Axe angebracht, ſo würde das Ende AD in der Richtung vorwärts ſtreben,

ben, nach welcher ſich der Cylinder bewegte. Von dieſer Eigenſchaft des Schwingungspunktes hat derſelbe auch die Benennung des Stoßpunkts (centrum percuſſionis) erhalten. Der Dr. Brook Taylor, der ſo vortrefliche Entdeckungen in der Mathematik gemacht hat, hat auch die Lehre vom Stoßpunkt weiter ausgeführt und gezeigt, daß, wenn man durch den Punkt G eine Linie ſenkrecht auf GF zieht, wie GIH und gerade auf den Weg trift, den der Körper bei ſeiner Bewegung nimmt, alsdann eine gehörige auf dieſer Linie angebrachte Kraft eben den Erfolg hervorbringen wird, als wenn ſie in G ſelbſt angebracht wäre; ſo daß der Stoßpunkt alſo nicht bloß in der Axe ſich befindet, ſondern auch auf der Oberfläche des Körpers, nämlich in dem vorliegenden Beiſpiel in allen Punkten, wo die Oberfläche durch die Linie HI durchſchnitten wird.

§. 76.

Nun will ich zur Unterſuchung über die lezte Art der Bewegung ſchreiten, wovon ich hier zu handeln Willens bin, und zeigen, was für eine Linie ein Körper vermöge der Schwerkraft beſchreibt, wenn man ihn in ſchräger oder wagerechter Richtung wirft. Wir verdanken dieſe Entdeckung dem großen Galiläi, welcher dadurch die Methode zum Bombenwerfen angegeben hat. Da aber die Körper in dieſem Fall eine von den Linien beſchreiben, welche die Geometer Kegelſchnitte nennen, ſo müſſen wir, ehe wir weiter gehn, unſern Leſern einen deutlichen Begriff von dieſer Art Linien beizubrin-

zubringen ſuchen. Ich werde mir um ſo mehr Mühe geben, die Natur derſelben zu entwickeln, da eine Kenntniß derſelben nicht nur hierzu erforderlich iſt, ſondern noch in der Folge bei mehreren Stellen dieſes Werkes nothwendig ſeyn wird.

§. 77.

Die erſten Linien, mit deren Unterſuchung ſich die alten Geometer beſchäftigten, waren die gerade Linie und der Kreis. Aus dieſen ſezten ſie mancherlei Figuren zuſammen, von denen ſie mancherlei Eigenſchaften demonſtrirten, und vermittelſt deren ſie verſchiedene Aufgaben auflöſeten, wozu ſie immer nur die gerade Linie und den Kreis brauchten. Es ſei z. B. das Quadrat ABCD gegeben, und es werde verlangt ein anderes zu machen, das mit dem gegebenen in einem vorgeſchriebenen Verhältniß ſtehn ſoll. Man verlängere zu dem Ende die eine Seite DA bis ſich AE zu AD verhält, wie das verlangte Quadrat zum angegebenen AC. Verlängert man nun die gegenüberſtehende Seite CB bis BF gleich wird mit AE, und zieht dann die Linie EF; ſo wird die Figur ABEF, wie der Leſer leicht einſehn wird, ſich zum Quadrat AC verhalten wie AE zu AD. Die Figur ABFE wird alſo dem verlangten Quadrate gleich ſeyn, iſt aber ſelbſt kein Quadrat, weil die Seite AE länger iſt, als EF. Um nun ein Quadrat zu bekommen, das dem Rechteck ABFE gleich iſt, benimmt man ſich folgendergeſtalt. Man theilt die Linie DE bei G in zwei gleiche Theile und zieht aus Fig. 61.

die-

dieſen als einem Mittelpunkt einen Kreis DHEI; man verlängert alsdann die Linie AB bis nach K, wo ſie den Kreis berührt und verzeichnet das Quadrat AKLM, welches der Figur ABFE gleich ſeyn und ſich zum Quadrat ABCD gerade ſo verhalten wird, wie die Linie AE zu AD.

§. 78.

Ich kann mich hier mit dieſer bloßen Anzeige begnügen, da ich nur ein Beiſpiel von der Methode habe geben wollen, die man bei der Auflöſung geometriſcher Aufgaben befolgt, wenn man die gerade Linie und den Kreis dazu braucht. Es giebt aber Aufgaben, die man vermittelſt dieſer Linien allein nicht auflöſen kann. Deswegen ſahn ſich die Alten genöthigt, feſte Körper und insbeſondre den Kegel zu Hülfe zu nehmen.

§. 79.

Euklides giebt in ſeinen Anfangsgründen der Geometrie folgende Erklärung vom Kegel. Wenn man
Fig. 62. auf dem Endpunkt A der geraden Linie AB die ſenkrechte Linie AC aufrichtet, dann die Linie BC zieht um ein Dreieck zu Stande zu bringen und nun dies Dreieck um AB als ſeine Axe dreht, ſo wird die Linie AC einen Kreis beſchreiben, indeſſen das Dreieck ACB einen Kegel beſchreiben wird, wie man ihn hier in BCDEF ſieht.
Fig. 63. Der Kreis CDEF heißt gewöhnlich die Grundfläche und B die Spitze des Kegels.

§. 80.

Vermittelſt dieſes Körpers kann man nun verſchiedene Aufgaben auflöſen, womit man ſonſt, wenn man bloß gerade Linien und Kreiſe auf einer Ebene zeichnen wollte, nicht zu Stande kommen würde. Es werde zum Beiſpiel aufgegeben, einen Cubus zu machen, der mit einem gegebenen in einem gewiſſen beſtimmten Verhältniß ſtehen ſoll (ich darf die Leſer wohl nicht daran erinnern, daß die Figur eines Cubus und eines Würfels ganz einerlei iſt.) Dieſe Aufgabe war bei den Alten ſehr berühmt und ſogar durch ein Orakel aufgegeben. Man kann es auflöſen, wenn man einen Kegel zu Hülfe nimmt, der aus einem Dreieck entſtanden iſt, deſſen eine Seite AC gerade halb ſo lang, als die andre BC iſt. Man ziehe alsdann auf der Ebene ABCD die Linie EF ſo lang als die Seite des gegebenen Cubus, richte auf derſelben die ſenkrechte Linie FG auf, und mache ſie ſo lang, daß ſie ſich zu EF verhalte, wie der verlangte Cubus zum gegebenen. Nun beſchreibe man einen Kreis durch die drei Punkte E, F und G, verlängere dann EF bis nach K, ſo daß FK mit FE gleich ſei, und daß das Dreieck FKL, deſſen drei Seiten FK, KL, und LF ſämtlich einander gleich ſind, ſenkrecht auf der Ebene ABCD zu ſtehn kommt. Dann gehe eine andre Ebene MNOP durch den Punkt L mit der Ebene ABCD parallel, und in der erſten Ebene werde zugleich die Linie QLR parallel mit der Linie EFK gezogen. Nach dieſen vorläufigen Anſtalten, lege man einen Kegel von der Art, wie wir oben be- Fig. 64.

ſchrie-

ſchrieben haben, dergeſtalt auf die Ebene MNOP, daß er ſie in der Linie QR berühre und die Spitze des Kegels auf dem Punkt L liege. Indem dieſer Kegel die Ebene ABCD durchſchneidet, wird er durch den Kreis FHI gehn. Und wenn man von dem Punkte S, wo die Oberfläche des Kegels den Kreis durchſchneidet, die Linie ST zieht, ſo daß ſie mit EF parallel liegt, ſo wird die Linie FT eine Seite des verlangten Cubus ſeyn; das heißt, wann es zwei Cubus oder Würfel giebt, von welchen EF bei dem einen und FT bei dem andern eine Seite iſt; ſo wird ſich der erſte zum andern verhalten wie die Linie EF zur Linie FG.

§. 81.

Wir läugnen nicht, daß dieſe Methode, eine Ebene von einem Kegel durchſchneiden zu laſſen, bei Auflöſung der Aufgaben keine wirkliche Anwendung leidet. Da aber die Geometer dieſen Gebrauch des Kegels entdeckt hatten, haben ſie ſich bemüht, die verſchiedenen Linien zu finden, die bei der Durchſchneidung eines Kegels und einer Fläche zum Vorſchein kommen können, um vermittelſt derſelben von dieſem Hülfsmittel Gebrauch zu machen, und ihren Demonſtrationen Eleganz und Genauigkeit zu verſchaffen.

§. 82.

Wenn die Ebene, welche einen Kegel durchſchneidet, mit einer andern an der Oberfläche des Kegels
Fig. 64. anliegenden Ebene parallel iſt; ſo heißt die Linie, die bei dieſem gemeinſchaftlichen Schnitt der Ebene und

der

der Oberfläche des Kegels entſteht, eine Parabel. Iſt aber die den Kegel durchſchneidende Ebene dergeſtalt geneigt, daß ſie durch den Kegel gehen muß; ſo bringt eine ſolche Ebene bei ihrem Durchgange durch den Kegel eine Figur zum Vorſchein, die man Ellipſe nennt, eine krumme Linie von der Art, wie ſie die Erde und die übrigen Planeten um die Sonne beſchreiben, wie wir in der Folge ſehen werden. Iſt die den Cubus durchſchneidende Ebene dergeſtalt geneigt, daß ſie mit keiner Ebene, worauf der Kegel gelegt werden könnte, parallel iſt, ſo bringt ſie eine dritte Art von krummer Linie, nämlich die Hyperbel hervor. Die erſte dieſer Linien, nämlich die Parabel, beſchreiben ſchräge geworfene Körper vermöge der Schwerkraft, wie ich nachher beweiſen will, wenn ich erſt den Leſer mit der Methode bekannt gemacht habe, ſolche Linien auf einer Ebene zu verzeichnen. Fig. 65.

§. 83.

Man lege ſenkrecht gegen die gerade Linie AB ein Linial CD. Senkrecht gegen dieſes lege man ein anderes Linial EF dergeſtalt, daß es immer in ſenkrechter Richtung dagegen bleibt, wenn es ſich längſt CD bewegt. Hernach nehme man auf der Linie AB irgend einen Punkt, z. B. G, befeſtige einen Faden, eben ſo lang als das Linial EF, mit einem Ende an dieſem Punkt und mit dem andern Ende am Punkt F des Linials EF. Hält man nun den Faden vermittelſt des Stiftes H immerdar geſpannt, ſo wird dieſer Stift, Fig. 67.

während das Linial EF am Linial CD herabgleitet, die Linie IKL beſchreiben, einen Theil von der krummen Linie, zu deren Verzeichnung wir jezt Anweiſung geben. Auf gleiche Weiſe kann man den zweiten Theil dieſer krummen Linie MI ziehn. Iſt die Entfernung CG der Hälfte der Linie EF in der 64ſten Figur gleich, ſo iſt die Linie MIL eben dieſelbe, welche dort die Ebene ABCD bei ihrem Durchſchnitt durch den Kegel hervorbrachte.

§. 84.

Die Linie AI heißt die Axe der Parabel MIL und der Punkt G iſt der Brennpunkt derſelben.

§. 85.

Durch Zuſammenhaltung der Wirkung der Schwerkraft auf die fallenden Körper mit dem, was die Geometer von der Parabel beweiſen, iſt dargethan, daß jeder ſchräge geworfene Körper eine Parabel beſchreibt, deren Axe auf dem Horizonte ſenkrecht ſteht.

§. 86.

Fig. 68. Die Geometer beweiſen: wenn man auf irgend einen Punkt der Parabel eine Tangente zieht (wie z. B. die Linie AB eine Tangente auf den Punkt E der Parabel CD iſt, welche die Linie YZ zur Axe hat) und zieht Linien von dem Umfange der Parabel mit ihrer Axe parallel, zur Tangente, wie GF, IH, LK; ſo verhalte ſich FG zu HI, wie die Quadrate von EF und EH, und FG zu KL wie die Quadrate von EF und EK; desgleichen HI zu KL wie die Quadrate von EH und EK.

EK. Wenn man dieſe Ausdrücke in der gehörigen (Kap. 2. §. 17. erklärten) Bedeutung nimmt, und macht M zu EH, wie EH zu EF, ſo wird ſich HI zu FG verhalten wie M zu EF; und wenn ſich die Linie N zu EK, wie EK zu EF verhält, ſo wird ſich KL zu FG verhalten wie N zu EF; oder endlich, wenn ſich die Linie O zu EK verhält, wie EK zu EH, ſo wird ſich KL zu HI verhalten wie O zu EH.

§. 87.

Dieſe Eigenſchaft iſt von der Parabel ſo unzertrennlich, daß man ſie als zum Weſen derſelben gehörig anſehn kann.

§. 88.

Es werde nun ein Körper von A nach B in der Richtung AB geworfen. Dieſer Körper würde, wenn keine andre als die werfende Kraft auf ihn wirkte die Linie AB in gleichförmiger Bewegung beſchreiben. Geſezt das Auge des Zuſchauers ſei in C gerade unter A, und die Erde bewegte ſich dergeſtalt, daß das Auge die Linie CD, parallel mit AB, mit eben der Geſchwindigkeit durchliefe, womit der geworfene Körper die Linie AB durchlaufen würde, wenn ihn die Schwerkraft nicht immerfort zur Erde hinabzöge; ſo würde alsdann der Körper dem Zuſchauer in Ruhe zu ſeyn ſcheinen. Da aber das Auge des Zuſchauers eben ſo ſchnell vorwärts kommt, als der geworfene Körper, ſo ſieht es ihn ſenkrecht herabfallen. Man nehme an, daß der Körper während der Zeit, die er braucht, um von A Fig. 69.

 bis

bis E zu kommen, dem Zuſchauer von E nach F herabzufallen ſcheine; ſo wird der Körper während dieſer Zeit wirklich bis F gekommen ſeyn. Wenn der Körper während des Zeitraums, den er braucht um von A bis G zu kommen, dem Zuſchauer von der Höhe GH zu fallen ſcheint; ſo wird der Körper am Ende dieſes größern Zeitraums wirklich in den Punkt H gekommen ſeyn. Da nun der Körper im Fallen die Linie AFHI beſchreibt, ſo folgt aus dem vorigen, daß dieſe Linie eine Parabel iſt. Denn die Höhen EF, GH wachſen in dem Verhältniß der Quadrate der Zeiten (Kap. 2. §. 17.); aber die Linien AE, AG, ſind in gleichem Verhältniß mit der Zeit, die der Körper bedurft hätte, um eine geradlinichte Bewegung zu vollenden: die Linien EF, GH werden ſich alſo gegen einander verhalten, wie die Quadrate von AE und AG und die krumme Linie AFHI wird folglich eine Parabel ſeyn.

§. 89.

Wenn man nicht annimmt, was wir oben vorausgeſezt haben, daß ſich das Auge des Zuſchauers mit dem Körper zugleich bewegt, ſo wird der Fall etwas verändert ſeyn. Denn da der Körper beſtändig ſchräge gegen die Erde gezogen wird, ſo wird er in ſeiner Bewegung eine Richtung annehmen, die gegen diejenige etwas ſchräge liegt, die er angenommen haben würde, wenn die Erde ſich ſo bewegte, wie wir im vorigen Paragraphen vorausgeſezt haben. Allein die Entfernung des Mittelpunkts der Erde iſt gegen die

größte

größte Weite, worinn man einen Körper werfen kann, ſo groß, daß dieſe ſchrägere Richtung gar nicht in Anſchlag gebracht zu werden braucht. In der Folge werden wir ſehn, was für eine Linie ein ſo geworfener Körper beſchreiben würde, wenn man auf dieſe durch die Erde verurſachte ſchrägere Richtung ſeiner Bewegung Rückſicht nimmt (Buch II. Kap. 3). Wir verdanken dieſe Entdeckung dem großen Newton, allein es würde unnütz ſeyn, hier darauf Rückſicht zu nehmen, wo wir den geworfenen Körper ſo anſehn können, als ob er eine vollkommene Parabel beſchriebe.

§. 90.

Da alſo die Linie bekannt iſt, die ein in wagerechter oder ſchräger Richtung geworfener Körper beſchreibt; ſo hat man aus der Natur dieſer Linie verſchiedene Methoden abzuleiten geſucht, um eine Bombe oder Kanonenkugel nach einem gegebenen Ziel zu werfen. Dieſe Arbeit wurde von dem großen Galiläi angefangen, von ſeinem Schüler Torricelli glücklich fortgeſezt und von Herrn Cotes vollendet, deſſen früher Tod allen denen, die an den Fortſchritten der mathematiſchen Wiſſenſchaften Antheil nehmen, ein ſehr ſchmerzhafter Verluſt war. Wenn aufgegeben wird, einen Körper von dem Punkt A aus ſo zu werfen, daß er den Körper B trift; ſo ziehe man durch die beiden Punkte A und B die gerade Linie CD, richte ſenkrecht auf dem Horizont die Linie AE auf, die viermal ſo hoch iſt, als die Höhe, von welcher ein Körper her- Fig. 70.

abfallen müſte, um den Grad von Geſchwindigkeit zu haben, den man für den Wurf beſtimmt hat. Nachdem man durch die beiden Punkte AE einen Kreis beſchrieben hat, wovon CD im Punkt A die Tangente iſt, ziehe man von B die Linie BF, ſenkrecht auf den Horizont, die den Kreis in den beiden Punkten G und H durchſchneidet. Wenn nun der Wurf gegen einen dieſer beiden Punkte gerichtet wird, ſo wird er den Punkt B treffen: allein mit dem Unterſchiede, daß er in der Richtung AG geworfen, früher nach B kommen wird, als wenn man ihn in der Richtung AH wirft. Wirft man ihn in der Richtung AG, ſo wird ſich die Zeit, die er braucht um B zu erreichen, zu derjenigen, während welcher er ſenkrecht durch den vierten Theil der Linie AE fiele, verhalten, wie die Linie AG zur Hälfte von AE. Wird er aber in der Richtung AH geworfen, ſo verhält ſich die Zeit, worinn er bis B kömmt, zu derjenigen, während welcher er ſenkrecht durch den vierten Theil der Linie AE fallen würde, wie die Linie AH zur Hälfte von AE.

§. 91.

Man ziehe die Linie AI dergeſtalt, daß ſie den Winkel EAD in zwei gleiche Hälften theile, und ziehe die Linie IK ſenkrecht auf den Horizont, ſo wird ſie eine Tangente des Kreiſes im Punkt I ſeyn; und der Körper wird, wenn man ihn in der Richtung AI wirft, den Punkt K treffen, und dieſer Punkt K iſt in der Linie CD der entfernteſte, zu welchem der Körper gelan-

gen kann, wenn ſeine Geſchwindigkeit nicht vermehrt wird.

§. 92.

Die Geſchwindigkeit, womit ſich ein Körper in jedem Punkt der von ihm beſchriebenen Parabel bewegt, läßt ſich auf folgende Art finden. Der Körper bewege Fig. 71. ſich in der Parabel AHB; ſo ziehe man die Linie AC ſenkrecht auf dem Horizont und ſo lang als die Höhe, von welcher ein Körper herabfallen müſte, um die Geſchwindigkeit zu haben, womit er von dem Punkt A abgeht. Nimmt man nun im Umfange der Parabel einige Punkte wie D und E und zieht mit dem Horizont parallel die Linien DF und EG; ſo wird die Geſchwindigkeit des Körpers in D derjenigen gleich ſeyn, die er erlangt haben würde, wenn er von der Höhe CF durch ſeine eigne Schwere herabgefallen wäre, und in E wird ſeine Geſchwindigkeit dieſelbe ſeyn, die er durch einen Fall von der Höhe CG bekommen haben würde. Hieraus folgt, daß die Bewegung eines Körpers an langſamſten iſt, wenn er den höchſten Punkt der Parabel erreicht hat, und daß er ſich in gleichen Entfernungen von dieſem Punkt mit gleicher Geſchwindigkeit bewegt, indem er durch die Linie HB herabfällt, die vollkommen der Linie AH gleich und ähnlich iſt, worinn er aufwärts ſtieg. Uebrigens dürfen wir wohl nicht erinnern, daß wir hier den Widerſtand der Luft gar nicht in Anſchlag bringen. Wenn die Linie HI von dem höchſten Punkt der Parabel aus mit dem Horizont parallel gezogen wird, ſo wird AI der vierte Theil von BG ſeyn, (Fig. 70.)

wenn

wenn der Körper in der Richtung AG geworfen wird, und der vierte Theil von BH, wenn der Körper in der Richtung AH geworfen iſt, vorausgeſezt, daß AD mit dem Horizont parallel ſei.

§. 93.

Nachdem ich nun die vorzüglichſten von Newton gemachten Entdeckungen über die Bewegung der Körper angeführt habe, ſo will ich die Lehre von den Geſetzen der Bewegung, die durch dieſe Entdeckungen ihre Beſtätigung erhalten, durch eine möglichſtkurze Erläuterung über den Unterſchied zwiſchen abſoluter und relativer Bewegung beſchließen.

Einige Schriftſteller haben dieſe beiden Arten von Bewegung mit einander verwechſelt, weil ſie bemerkt hatten, daß man die Geſetze der Bewegung auf der Erde, die doch in Bewegung iſt, ſo unterſuchte, als ob ſie in Ruhe wäre. Newton hat das Abſolute und das Relative ſo wohl in Anſehung der Bewegung als der Zeit ſorgfältig unterſchieden. Die alten Sternkundiger haben ſchon angemerkt, daß man dieſen Unterſchied in Anſehung der Zeit machen müſſe. Die Zeit, an und für ſich betrachtet, verläuft immer gleichförmig, ohne Relation mit irgend einem äußern Gegenſtande, da ſie ſelbſt das Maaß von der Dauer aller Dinge iſt. Man betrachtet ſie aber oft in relativer Rückſicht gegen irgend einen ſinnlichen Gegenſtand. Durch die Folge der Veränderungen in unſerm innern Sinn haben wir zuerſt die Vorſtellung von Zeit erhalten, ſie aber nach

dieſer

Aufeinanderfolge meſſen zu wollen, würde ein ſehr unſicheres Unternehmen ſeyn; denn die Vorſtellungen folgen bei verſchiedenen Menſchen mit ſehr ungleicher Geſchwindigkeit auf einander, und ſelbſt in einem und eben demſelben Menſchen iſt die Geſchwindigkeit der Gedankenfolge ſehr verſchieden. Die Bewegungen der Himmelskörper ſind regelmäßig und die Eintheilung der Zeit in Tag und Nacht nach der Gegenwart oder Abweſenheit der Sonne lehrt uns, unſre Zeit nach dieſem Geſtirn zu meſſen. Bei den Angelegenheiten des gemeinen Lebens bekümmern wir uns nicht weiter darum, ob in dieſer Bewegung einige Ungleichheit Statt finden möchte, ſondern wir ſetzen voraus, daß der Zeitraum eines Tages und einer Nacht zuſammengenommen immer gleich lange dauern. Allein ſchon die ältern Aſtronomen haben entdeckt, daß dieſe Zeiträume nicht immer gleich lang ſind, und haben ſchon ihre Verſchiedenheiten berechnen gelehrt. Erſt alsdann, wann die Zeit ſo in vollkommen gleiche Theile getheilt iſt, kann ſie ein richtiges Maaß für die Dauer der Dinge ſeyn, ſonſt iſt ſie nur ein ſcheinbares. Da wir gewöhnlich die ſcheinbare Zeit, ſo wie ſie durch die Sonnenbewegung abgemeſſen wird, von der wahren nicht unterſcheiden; ſo unterſcheiden wir auch in der Sprache des gemeinen Lebens nicht die wahre und abſolute Bewegung der Körper von ihrer ſcheinbaren oder relativen, ſondern drücken uns über beide Arten derſelben auf einerlei Weiſe aus. Obgleich alle uns umgebenden Dinge auf der Erde in immerwährender Bewegung ſind;

ſo ſprechen wir doch immer von der Bewegung der ſichtbaren Gegenſtände, als ob wir nebſt der Erde in Ruhe wären. Selbſt in andern Fällen, wo wir bewegte Körper wahrnehmen, ſprechen wir oft von ihnen, nicht wie es auf die ganze Bewegung paßt, die wir ſehn, ſondern nur in Rückſicht auf andre Körper, womit ſie in Berührung ſind. Wenn ein Körper auf einem Tiſche liegt, und man den Tiſch von einer Stelle zur andern trägt, ſo würden wir ſagen, der Körper iſt auf dem Tiſch in Ruhe, oder auch überhaupt der Körper iſt im Zuſtande der Ruhe. Für den Naturkundigen iſt es aber eben ſo nothwendig, den Unterſchied zwiſchen wahren und ſcheinbaren Bewegungen nicht zu überſehn, als es dem Sternkundigen obliegt, den Unterſchied zwiſchen wahrer und ſcheinbarer Zeit nicht zu vernachläßigen. Um den Leſer von dem Unterſchiede zwiſchen wahrer und ſcheinbarer Bewegung zu überzeugen, bitten wir ihn, folgenden Beweis zu prüfen. Man denke ſich auf einmahl alle Körper des Weltalls in ihren Bewegungen aufgehalten und in vollkommener Ruhe. Hernach denke man ſich, daß auf einmahl ihre vorige Bewegung wieder angehe; ſo wird dieſe Erneuerung derſelben nicht ohne einen wirklichen Eindruck geſchehn können, der wenigſtens einige von ihnen träfe. Diejenigen welche dieſer Eindruck nicht trift, werden in Ruhe bleiben, anſtatt daß die andern in ihrer Bewegung fortfahren werden. Nun denke man ſich, daß die in Ruhe befindlichen Körper vernichtet würden, ſo wird das in dem Zuſtande der bewegten Körper gar

keine Veränderung hervorbringen. Hieraus folgt alſo, daß die Bewegung, die ſie erhalten haben, etwas Abſolutes iſt, das in gar keiner Abhängigkeit oder Relation mit irgend einem andern Körper ſteht.

§. 94.

Ueberdem unterſcheidet ſich die abſolute und die relative Bewegung durch ihre Wirkungen. Es iſt eine Wirkung der Bewegung, daß Körper, die man um einen Mittelpunkt oder um eine Axe dreht, eine gewiſſe Kraft erlangen, vermöge deren ſie ſich von dieſem Mittelpunkt oder von dieſer Axe zu entfernen ſuchen. Wenn man z. B. einen Stein in eine Schleuder legt und ihn darinn herumdreht, ſo drückt er gegen die Schleuder, und fliegt ſogleich davon, ſo bald er nicht mehr gehalten wird. Dieſe Kraft ſteht mit der wahren Bewegung des Körpers in gleichem Verhältniß und gar nicht mit der relativen Bewegung um dieſen Mittelpunkt oder dieſe Axe. Newton erklärt das durch folgendes Beiſpiel. Man hänge ein Gefäß, das beinahe ganz voll Waſſer iſt, an ein gehörig langes Seil auf, und drehe alsdann das Gefäß herum, bis das Seil ſtark zuſammengewunden iſt: dreht man hernach, wenn das Gefäß und das Waſſer in Ruhe iſt, das Gefäß ſehr ſchnell in der entgegengeſezten Richtung von derjenigen um, in welcher man vordem das Seil zuſammendrehte, ſo wird das Gefäß ſich eine ganze Zeit hindurch bewegen, durch die Wirkung des Seils unterſtüzt, was ſich nun wieder aufwindet. Wenn das Gefäß erſt anfängt ſich

herumzudrehn, ſo wird das darinn befindliche Waſſer wenig oder gar keine Bewegung annehmen; allmählig aber wird dies geſchehn, bis es ſich endlich eben ſo ſchnell herumdreht, wie das Gefäß ſelbſt. Die Erklärung welche Cetesius von der Bewegung gab, und die er auf den Grundſatz bauete, daß jede Bewegung als relativ angeſehn werden müſſe, iſt folgende: die Bewegung iſt der Uebergang eines Theils der Materie oder eines Körpers aus der Nachbarſchft der Körper die ihn zunächſt berühren, und die man als in Ruhe befindlich anſieht, in die Nachbarſchaft andrer Körper. Vergleicht man dieſe Erklärung mit dem, was er weiter unten hinzuſezt, daß es nichts poſitives oder reelles in dem bewegten Körper giebt, vermöge deſſen wir ihm Bewegung zueignen, welches nicht auch in den benachbarten Körpern ſei, die man, als in Ruhe befindlich anſieht; ſo wird daraus folgen, daß wir das Gefäß wie in Ruhe, und das Waſſer wie in Bewegung befindlich anſehn können. Statt deſſen aber bleibt die Oberfläche des Waſſers, wenn das Gefäß anfängt ſich herumzudrehn ganz vollkommen eben, gerade ſo wie es vor der Bewegung des Gefäßes ſtand; da aber die Bewegung des Gefäßes nach und nach dem Waſſer Bewegung mittheilt; ſo wird man ſehn, wie es ſich in der Mitte ſenkt und gegen den Rand zu in die Höhe tritt: eine Erhöhung, die von der Kraft herrührt, womit es ſich von der Axe ſeiner Bewegung zu entfernen ſucht. Die Kraft, welche das Waſſer von dieſer Axe entfernt, hängt alſo nicht von der relativen Bewegung

des

des Waſſers im Gefäß, ſondern von ſeiner abſoluten Bewegung ab; denn ſie iſt am kleinſten, indem die relative Bewegung am größten, und am größten, wenn dieſe am kleinſten oder im Verſchwinden iſt.

§. 95.

Hieraus folgt, daß man von der Erſcheinung auf der Oberfläche dieſes Waſſers keinen Grund angeben kann, wenn man nicht die Bewegung des Waſſers im Gefäß betrachtet. So müſſen wir, um im Weltſyſtem die Urſache von den Bewegungen der Planeten zu erforſchen, die wahren Bewegungen jedes Planeten genauer kennen, als zum aſtronomiſchen Gebrauch eigentlich unumgänglich nothwendig wäre. Wenn der Aſtronom annimmt, daß die Erde ſich in Ruhe befindet, ſo kann er den himmliſchen Körpern ſolche Bewegungen zuſchreiben, wodurch ſich alle Erſcheinungen ebenfalls, obwohl auf eine weniger einfache Weiſe erklären laſſen, als wenn man die Erde als bewegt anſieht. Die Bewegung der Erde muß aber nothwendig vorher erwogen werden, ehe man die wahren Bewegungen in unſerm Planetenſyſtem entdecken kann.

Drittes Kapitel.

Von den Centripetalkräften.

§. 1.

Wir haben im vorigen Kapitel die Erſcheinungen beſchrieben, die man an einem bewegten Körper bemerken kann, wenn eine immer gleiche Kraft in parallelen Richtungen ſtetig auf ihn wirkt (§. 85. u. f.) Körper können aber auch von Kräften bewegt werden, die an verſchiedenen Stellen verſchiedene Grade von Kraft haben, und deren verſchiedene Richtungslinien gegen einander in mannichfaltigen Neigungen gegen einander ſind. Die einfachſte unter allen in Anſehung der Richtung iſt, wenn die Wirkung einer Kraft beſtändig gegen einen Mittelpunkt gerichtet iſt. Dies iſt in der That der Fall mit der im vorigen Kapitel nach ihren Wirkungen beſchriebenen Kraft; obgleich der Mittelpunkt dieſer Kraft ſo entfernt lag, daß es uns erlaubt war, die Sache ſo anzuſehn, wie wir gethan haben, und die Linien, die zu Einem Mittelpunkt ſtreben, wegen der großen Entfernung deſſelben als mit einander parallel anzuſehn. Newton hat ſehr viel Fleiß darauf verwandt die Kräfte zu unterſuchen, die beſtändig nach einerlei Mittelpunkt ſtreben. Dies iſt die Grundlage von allen ſeinen Entdeckungen über das Weltſyſtem. Da nun dieſe Entdeckungen einen großen und ſehr ſchö-

nen

nen Theil ſeiner Naturphiloſophie ausmachen, ſo ſcheint es uns nöthig, einige allgemeine Wirkungen dieſer Kräfte dem Leſer vor Augen zu legen, ehe wir ſie beſonders auf unſer Planetenſyſtem anwenden.

§. 2.

Newton hat dieſen Kräften den Nahmen der Centripetalkräfte gegeben. Ihre erſte Wirkung iſt, daß ſie den Körper worauf ſie ihre Wirkung äußern, ſich von der geraden Linie zu entfernen nöthigen, der er ſonſt gefolgt wäre, und ihn dagegen zur Beſchreibung einer krummen Linie zwingen, die ſich gegen den Mittelpunkt der Kraft ſenkt. Es iſt nicht nothwendig, daß eine ſolche Kraft den Körper dem Mittelpunkt näher bringe. Der Körper kann fortfahren, ſich von dem Mittelpunkt der Kraft zu entfernen; allein allemahl muß ſeine Bewegungslinie gegen den Mittelpunkt der ihn anziehenden Kraft concaw ſeyn. Es ſei A der Mittelpunkt einer Kraft. Ein Körper B bewege ſich in der Fig. 72.
geraden Linie BC, ſo würde er dieſe Linie zu durchlaufen fortfahren, wenn er nicht durch die Centripetalkraft in A davon abgebracht und genöthigt würde, zwiſchen BA und BC die krumme Linie BD zu beſchreiben. Hieraus ſieht man deutlich wie der Körper, da er von der geraden Linie BC beſtändig abgezogen wird, gegen dieſelbe immer in einer auswärts gebogenen und eben daher in einer gegen den Punkt A einwärts gebogenen Linie ſeinen Weg fortſetzen muß: denn man ſezt voraus, daß dieſe Centripetalkräfte alle auf eine ähnliche Art

mit der Schwerkraft wirken, und gleich dieſer nicht in Einem Augenblick die Richtungslinie in der Bewegung eines Körpers merklich verändern, ſondern einige Zeit brauchen, um einen merklichen Erfolg hervorzubringen. Um ſich zu überführen, daß die krumme Linie ſtets gegen den Punkt A einwärts gebogen ſeyn wird, nehme man in der Linie BC nahe bei B einen Punkt E, aus welchem man die Linie EFG dergeſtalt zieht, daß ſie in irgend einem Punkt wie hier in F die Tangente der krummen Linie BD iſt. Wenn nun die Centripetalkraft bei der Ankunft des Körpers in F zu wirken aufhört, ſo würde er nun nicht fortfahren eine krumme Linie zu beſchreiben, ſondern ſich ſelbſt überlaſſen die Linie FG beſchreiben, welche im Punkte F die Richtungslinie der ihm eigenthümlichen Bewegung iſt. Da aber die Centripetalkraft in der Aeußerung ihrer Wirkung fortfährt, ſo wird ſich der Körper allmählig von dieſer Linie entfernen, und da er in der Linie FD bleibt, ſo wird dieſe Linie gegen FG auswärts gegen A einwärts gebogen ſeyn. Eben dieſe Demonſtration gilt für jeden Punkt der Linie BD.

§. 3.

Aus dem vorigen folgt, daß das ſtete Merkmal der durch Centralkräfte hervorgebrachten Bewegungen darinn beſteht, daß die Linie, welche der Körper durchläuft, gegen den Mittelpunkt der Kraft concav iſt. Man kann die auf einander folgenden Entfernungen des Körpers von dieſem Punkt durch keine allgemeine Regel be-

beſtimmen; denn dieſe Entfernung kann abnehmen, zu- Fig. 75.
nehmen oder auch unverändert bleiben. Der Punkt A ſei der Mittelpunkt einer Centripetalkraft und ein Körper entferne ſich von B in der Richtung der geraden Linie BC, die auf AB im Punkt B ſenkrecht iſt. Es iſt ſehr augenſcheinlich dem Punkt A näher iſt, als irgend ein andrer Punkt in der Linie BC; daß die Linie AB die kürzeſte unter allen iſt, die von A aus zu einem Punkt von BC gezogen werden können, und daß alle übrigen Linien dieſer Art, z. B. AD und AE länger ſind als AB. Hieraus folgt daß der Körper, wenn er ſich von B entfernt, indem er die Linie BC durchläuft, immer weiter vom Punkt A abgehn muß. Da die Wirkung der Centripetalkraft darinn beſteht, daß ſie den Körper gegen den Mittelpunkt der Kraft zieht; ſo muß eine dergleichen Kraft nothwendig, wenn ſie auf einen in Ruhe befindlichen Körper wirkt, ihm eine Bewegung mittheilen, vermöge deren er ſich zum Mittelpunkt der Kraft bewegen muß: bewegt ſich der Körper ſchon ohnedem gegen den Mittelpunkt; ſo würde die Centripetalkraft dieſe Bewegung beſchleunigen: bewegt ſich der Körper aber ſo, daß er, wenn er ſich ſelbſt überlaſſen würde, von dieſem Mittelpunkt ſich entfernt hätte, ſo iſt gar nicht nothwendig, daß er, wenn eine Centripetalkraft auf ihn wirkt, ſogleich nun dem Mittelpunkt näher komme, wovon er ſich ſonſt entfernt haben würde: dieſe Kraft iſt nicht unwirkſam, wenn ſie auch nur macht, daß ſich der Körper langſamer, als ſonſt geſchehen wäre, von dem Mittelpunkt entfernt. So iſt

in dem vorliegenden Fall die geringſte Centripetalkraft dazu hinreichend, den Körper, worauf ſie wirkt, dazu nöthigen, daß er von der Linie BC abweicht, und wie oben angeführt iſt, eine krumme Linie zwiſchen BC und dem Punkt A beſchreibet. Wenn ſich der Körper vermöge ſeiner eigenthümlichen Bewegung im Punkt D befinden ſollte, ſo befindet er ſich nun durch Einwirkung der Centripetalkraft in einem andern Punkt der Linie AD zwiſchen A und D z. B. in F. Da nun AD länger iſt als AB, ſo kann auch AF länger ſeyn als AB. Freilich könnte die Centripetalkraft ſo ſtark ſeyn, daß AF kürzer als AB wäre; oder die beiden Bewegungen könnten ſich mit einander ſo das Gleichgewicht halten, daß AF und AB gleich wäre: in dieſem lezten Fall, wenn die Centripetalkraft den Körper gerade um ſo viel anzieht, als die forttreibende Bewegung ihn entfernen würde, wird der Körper einen Kreis um den Punkt A beſchreiben, und A wird zugleich der Mittelpunkt der Centripetalkraft ſeyn.

§. 4.

Wenn der Körper anſtatt der Linie BC zu folgen, die auf AB ſenkrecht iſt, der Richtung BG gefolgt wäre, die mehr gegen AB geneigt iſt, und wäre die Linie BH durchlaufen; ſo würde — die Centripetalkraft den Körper, da er ſich, wenn er der Linie BG gefolgt wäre, dem Mittelpunkt eine Zeit lang genähert hätte, jezt näher zum Mittelpunkt bringen, als im vorigen Fall. Sollte aber der Körper der Linie BI folgen, die mit AB einen ſtumpfen Winkel macht, und er müſte nun vermöge

möge der Wirkung der Centripetalkraft die krumme Linie BK beſchreiben; ſo würde ſich dieſer Körper, ungeachtet der Wirkung der Centripetalkraft eine Zeit lang vom Mittelpunkt entfernen, weil ſich wenigſtens ein Theil der krummen Linie BK zwiſchen der Linie BI und BC befinden muß.

§. 5.

Das bisherige geht die Centripetalkräfte überhaupt an. Da aber die Wirkung dieſer Kräfte verſchieden ſeyn kann, je nachdem der Körper, worauf ſie wirken, mehr oder weniger entfernt iſt, ſo wollen wir einige dieſer Verſchiedenheiten genauer unterſuchen.

§. 6.

Wir wollen mit dem zulezt erwähnten Fall den Anfang machen. Es ſei eine Centripetalkraft gegen den Fig. 74.
Punkt A gerichtet, dieſe Kraft wirke auf einen Körper in B, der ſich in der Richtung der geraden Linie BC bewegt, welche mit AB einen ſtumpfen Winkel macht. Zieht man von A aus beliebig die Linie AD, AE, AF, von welchen die Endpunkte D, E und F in der Linie CB liegen, und verlängert dieſe lezte Linie von B nach G, ſo wird die Linie AD gegen die Linie GC mehr geneigt ſeyn als AB: eben ſo iſt AE ſchräger geneigt als AD und AF mehr als AE. Beſtimmter zu reden iſt der Winkel ADG kleiner als der Winkel ABG, AEG kleiner als ADG und AFG kleiner als AEG. Jezt nehme man an, daß ſich der Körper in der krummen Linie BHIK bewege, ſo wird eben ſo einleuchtend ſeyn, daß

ſich die Linie BHIK, da ſie gegen A concav und gegen BC convex iſt, immer weiter von BC entferne; ſo daß im Punkt H die Linie AH weniger ſchräge gegen die krumme Linie BHIK geneigt ſeyn wird, als es eben dieſe Linie AHD in D gegen die gerade Linie BC iſt; im Punkt I wird die Neigung der Linie AI gegen die krumme Linie noch mehr von der Neigung derſelben Linie AIE gegen die Linie BC im Punkt E abweichen; in den Punkten K und F wird die Verſchiedenheit der Neigung noch größer ſeyn, und in beiden Linien iſt die Neigung zur krummen Linie ſtets weniger ſchräge, als die Neigung zur geraden Linie BC. Allein die gerade Linie AB neigt ſich nicht ſo ſchräge gegen BG, als AD gegen DG: obgleich alſo AH weniger ſchräge gegen die krumme Linie HB geneigt iſt, als die Linie AHD gegen DG, ſo iſt es doch möglich, daß die Neigung gegen den Punkt A ſchräger ſei, als die Neigung gegen den Punkt B. Die Neigung gegen H kann aber auch weniger, oder ſie können beide gleich ſchräge ſeyn. Dies hängt von dem Grade der Kraft ab, womit die Centripetalkraft wirkſam iſt, während der Körper von B nach H geht. Eben ſo hängt die Schräge der Neigungen in den Punkten I und K gänzlich von dem Grade der Kraft ab, womit die Centripetalkraft auf den Körper während ſeines Ueberganges von H nach K wirkt: iſt die Wirkung der Centripetalkraft ſchwach; ſo werden die Linien AH und AI, die man von dem Mittelpunkt A zu dem Körper in H und I zieht, ſchräger gegen die krumme Linie geneigt ſeyn, als die Linie AB

gegen BG geneigt iſt. Die Centripetalkraft kann mit ſolcher Stärke wirken, daß alle dieſe Neigungen gleich ſeyn können, und wenn man ſich den Grad dieſer Kraft vermehrt denkt, ſo werden die Neigungen in den Punkten I und K nicht ſo ſchräge ſeyn, als in B. Newton hat bewieſen, daß ein Körper, wenn ſich die Centripetalkraft in einem gewiſſen Verhältniß gegen die Verminderung der Entfernung vermehrt, ſolch eine krumme Linie beſchreiben kann, daß alle aus dem Mittelpunkt auf den Körper gezogenen Linien, eine gleiche Neigung gegen dieſe krumme Linie haben. Ich will mich darüber nicht genauer einlaſſen, da ich hier blos zu zeigen ſuchen will, daß ein Körper immerdar gegen einen Mittelpunkt hingezogen werde, und ſich dennoch beſtändig von ihm entfernen kann; denn ſo lange die Linie AH, AI u. f. die man vom Mittelpunkt A auf den Körper zieht, nicht weniger ſchräge gegen die krumme Linie werden, worinn ſich der Körper bewegt, ſo nehmen dieſe Linien ſtets an Länge zu, und der Körper entfernt ſich alſo immer mehr vom Mittelpunkt.

§. 7.

Wenn die Centripetalkraft während der Zeit, daß ſich der Körper vom Mittelpunkt entfernt, noch Kraft genug behält, um zu machen, daß die vom Mittelpunkt auf die krumme Linie gezogene Linien endlich weniger ſchräge auf der krummen Linie ſtehn, ſo wird der Körper, wenn die Abnahme dieſer ſchrägen Neigung ſo lange dauert, bis endlich die vom Mittelpunkt auf den

Körper gezogene Linie aufhört, ſich ſchräge dagegen zu neigen, und ſenkrecht darauf ſteht, ſich nicht weiter von dem Mittelpunkt entfernen, ſondern ihm wieder näher komme, und bei der Rückkehr eine krumme Linie beſchreiben, die in jeder Rückſicht derjenigen ähnlich iſt, die er vorher beſchrieben hatte, wenn anders die Centripetalkraft in gleicher Entfernung vom Mittelpunkt immer mit gleicher Stärke wirkt. Auch haben wir im vorigen Kapitel angemerkt, daß ein Körper, ſo bald ſeine Bewegung mit dem Horizont parallel iſt, zu ſteigen aufhört, und in einer Linie herabfällt, die derjenigen, die er im Hinaufſteigen beſchrieben hatte, vollkommen ähnlich iſt. (§. 92.)

§. 8.

Dieſe Rückkehr des Körpers läßt ſich folgendermaaßen darthun. Wenn der Körper in irgend einem Punkt, z. B. in I auf ein Hinderniß ſtoßen, und mit eben der Geſchwindigkeit die er in I hatte, ſeinen Rückweg antreten ſollte, ſo würde er, vermöge der Wirkung, welche die Centripetalkraft auf ihn äußert, durch IHB zurückkehren, und den Punkt in eben dem Zeitraum wieder erreichen müſſen, den er vorher brauchte, um von B nach I zu kommen, da die Geſchwindigkeit des Körpers bei ſeiner Rückkehr nach B eben dieſelbe iſt, als die, womit er von dieſem Punkt abgegangen war. Eine vollſtändige Demonſtration dieſes Satzes würde eine zu tiefe Kenntniß der Mathematik vorausſetzen, als daß ſie für die Klaſſe von Leſern, für welche dies

Werk

Werk eigentlich beſtimmt iſt, faßlich ſeyn könnte. Wir wollen ihn indeſſen durch folgende Betrachtungen etwas aufzuklären ſuchen.

§. 9.

Geſezt ein Körper durchlaufe die Figur ABCDEF, Fig. 75. die aus den geraden Linien AB, BC, CD, DE, EF zuſammengeſezt iſt. Er beſchreibe zuerſt die Linie AB mit einer gleichmäßigen Geſchwindigkeit. Im Punkt B erhalte er einen Stoß gegen einen innerhalb der Figur gelegenen Punkt, wie gegen G. Es iſt offenbar, daß dieſer Körper, da er angefangen hatte, ſich in der Richtung AB zu bewegen, ſtets in dieſer Richtung geblieben ſeyn würde, wenn er nicht einen neuen Stoß erhalten hätte; da aber die Richtung ſeiner Bewegung in B verändert iſt, ſo wird er eine andre grade Linie zu beſchreiben anfangen, worinn er auch fortfahren wird, bis ihn ein neuer Stoß davon abbringt. Geſezt der in B erhaltene Stoß ſei ſtark genug, um ihn aus der Richtung AB in die Richtung BC zu bringen, und er erhalte, nachdem er BC frei durchlaufen hat, einen neuen Stoß in C wieder, gegen den innerhalb gelegenen Punkt G, und ſtark genug um ihn in die Richtung CD zu bringen. Im Punkte D erhalte er durch einen dritten ebenfalls nach G gerichteten Stoß die Richtung DE, und im Punkte E nöthige ihn ein ähnlicher Stoß, die Richtung EF anzunehmen. Nun ſage ich, wenn der Körper in F auf ein Hinderniß träfe und mit derſelben Geſchwindigkeit, womit er die Linie EF durch-

laufen

laufen hat, zurückkehrte, daß ihn alsdann der Stoß den er in E erhalten wird, in die Linie ED treiben und ihn nöthigen wird ſich von E nach D mit eben der Geſchwindigkeit zu bewegen, womit er von D bis E ging. Eben dieſer Beweis gilt für die Linien DC, CB und BA: ſo daß der Körper mit eben dem Grade von Geſchwindigkeit nach dem Punkt A zurückkehren muß, womit er ſich von ihm entfernte.

§. 10.

Dies läßt ſich folgendermaaßen beweiſen. Man verlängere DE und FE über E hinaus. Man nehme in der verlängerten Linie DE wo man will den Punkt H und ziehe HI mit GE parallel. Dann folgt aus dem, was wir oben über das zweite Geſetz der Bewegung geſagt haben (Kap. 2. §. 22.) daß der Körper nach dem in E erhaltenen Anſtoß EI in eben der Zeit durchlaufen muß, die er gebraucht haben würde, um von E bis H zu kommen, mit der Geſchwindigkeit, womit er DE durchlief. In der verlängerten Linie FE nehme man EK gleich EI und ziehe KL parallel mit GE. Da der Körper von F bis E mit derſelben Geſchwindigkeit zurückkommt, womit er von E bis F ging; ſo würde er, wenn er nach ſeiner Rückkehr zum Punkt E ſeine Bewegung in gerader Linie hätte fortſetzen können, EK in eben der Zeit zurückgelegt haben, die er brauchte um EI zu durchlaufen, als er die Linie EF beſchrieb. Bekommt aber der Körper bei ſeiner Rückkehr nach E einen neuen Stoß gegen den Punkt D, ſo daß er die

Li-

Linie DE beſchreiben muß; ſo muß der zur Hervorbringung dieſes Erfolgs erforderliche Stoß demjenigen gleich ſeyn, welcher den Körper nöthigte, die Linie DE zu verlaſſen und EF zu durchlaufen, und die Geſchwindigkeit womit der Körper durch ED zurückkommt iſt dieſelbe, die er hatte, als er DE durchlief: da EK und EI gleich, und KL und HI parallel ſind, weil beide mit GE parallel liegen, ſo folgt daraus, daß die beiden Dreiecke IEH und KEL gleich und ähnlich ſind, wie man das in der Geometrie beweiſt. Da beide Dreiecke vollkommen gleich und ähnlich ſind, ſo daß ſie ſich einander decken, ſo iſt EK gleich EI, eben ſo EL gleich EH und KL gleich HI. Da nun der Körper nach ſeiner Rückkehr in E die Linie FE verlaſſen, und durch einen in E auf ihn wirkenden Stoß, wie wir oben geſagt haben, der Richtung ED folgen muß; ſo wird er durch dieſen Stoß die erforderliche Geſchwindigkeit erhalten, um EL in demſelben Zeitraum zurückzulegen, den er gebraucht hätte um EK zu durchlaufen, wenn ſeine Bewegung durch dieſe Linie kein Hinderniß gefunden hätte. Wir haben ſchon Gelegenheit gehabt anzumerken, daß die Zeit welche der Körper brauchen würde um EK mit der Geſchwindigkeit zu durchlaufen, die er bei ſeiner Rückkehr hat, der Zeit gleich iſt, die er anwendet um von E bis H zu kommen: das heißt derjenigen Zeit, die er bedurft hätte, um EH mit der Geſchwindigkeit zu durchlaufen, die er hatte, als er von D nach E ging. Die Zeit alſo, welche der Körper brauchen wird, um nach ſeiner Rückkehr in der Linie ED

die

die Linie EL zu durchlaufen, iſt eben dieſelbe, die er gebraucht haben würde, um durch EH mit eben der Geſchwindigkeit zu gehn, die er anfangs gehabt hatte, als er die Linie DE durchlief. Da nun die Linien EL und EH gleich ſind, ſo muß der Körper durch die Linie DE mit eben der Geſchwindigkeit gehn, womit er vorher dieſe Linie durchlief. Auch iſt der zweite Stoß in E dem erſten gleich; denn aus dem was wir oben über die in ſchräger Richtung wirkenden Stöße geſagt haben (Kap. 2. §. 21, 22.) erhellet deutlich, daß der Stoß in E, welcher den Körper aus der Linie DE trieb, daß er der Richtung EF folgte, ſolchen Grad von Kraft hat, daß der Körper, wenn er in Ruhe geweſen wäre, als ihn der Stoß traf, dadurch den erforderlichen Grad von Geſchwindigkeit erhalten haben würde, um eine mit HI gleiche Linie in der Zeit zu durchlaufen, worinn er von E bis I lief. Eben ſo iſt bei der Rückkehr des Körpers der in E erhaltene Stoß, der ihn aus der Richtung FE in die Linie ED treibt, ſo ſtark, daß er den Körper, wenn er ihn in Ruhe getroffen hätte, durch eine mit KL gleiche Linie in eben der Zeit getrieben hätte, die er gebraucht haben würde, um EK mit eben der Geſchwindigkeit zu beſchreiben, womit er auf der Linie FE zurückkommt. Hieraus folgt, daß der zweite Stoß den Körper, wenn er ihn in Ruhe angetroffen hätte, durch eine mit KL gleiche Linie in eben der Zeit getrieben haben würde, die er brauchte, um eine mit HI gleiche Linie zu beſchreiben. Das heißt die Wirkungen des erſten und zweiten Stoßes ſind, wenn

ſie

ſie auf einen in Ruhe befindlichen Körper treffen, einerlei; denn KL und HI ſind gleich: folglich iſt der zweite Stoß dem erſten gleich.

§. 11.

Hieraus folgt augenſcheinlich, daß der Körper, wenn er mit eben der Geſchwindigkeit durch FE zurückkommt, die er hatte, als er dieſe Linie beſchrieb, und wenn derſelbe Stoß, den er ſchon in E erlitten hatte, nochmals in eben dieſem Punkt auf ihn wirkt, durch DE mit eben der Geſchwindigkeit zurückkehren wird, die er vordem in dieſer Linie hatte. Eben dieſe Art zu ſchließen wird auch beweiſen, daß der Körper, wenn er bis D zurückgekommen iſt, von dem Stoß, den er daſelbſt erhält, durch die Linie CD mit eben der Geſchwindigkeit getrieben wird, die er vordem in dieſer Linie gehabt hatte; und wenn die folgenden Stöße gleichmäßig wiederholt werden, ſo wird der Körper endlich in der Linie BA mit eben der Geſchwindigkeit wieder ankommen, die er bei ſeinem erſten Durchlaufen dieſer Linie hatte.

§. 12.

So führen dieſe Stöße den Körper, indem ſie erſt vorwärts und hernach wieder zurück wirken, vermöge ihrer Wirkung auf ihn, auf eben demſelben Wege ihn zurück, den er ſchon befolgt hatte. Dies findet gleichmäßig Statt, wie groß auch die Anzahl der Linien ſeyn mag, woraus das Vieleck beſteht. Nach einer Art zu ſchließen, die Newton in der Geometrie

ein-

eingeführt, und mit vielem Nutzen zu anſehnlichen Bereicherungen dieſer Wiſſenſchaft gebraucht hat, können wir uns ſtatt des aus einer endlichen Menge gerader Linien zuſammengeſetzten Vielecks, eine einzige krumme Linie, als ein aus unendlich vielen und unendlich kleinen Seiten beſtehendes Vieleck, und ſtatt der in verſchiedenen Zwiſchenzeiten wirkenden Stöße eine einzige ſtetig wirkſame Centripetalkraft denken und alſo zeigen, daß die vorigen Behauptungen, da ſie allgemein wahr ſind, aus wie vielen geraden Linien auch die Figur ACF zuſammengeſezt ſeyn mag, und wie oft oder ſelten die Stöße bei jedem Winkel der Figur wiederholt werden mögen, ebenfalls ihre Anwendung leiden, wenn dieſer Theil des Vielecks zu einem Theil einer krummen Linie, und die verſchiedene Stöße in eine einzige ſtetige Centripetalkraft verwandelt würden. Da es nicht meine Abſicht iſt, hier die Gründe dieſer Schlußart auseinander zu ſetzen, ſo werden die Leſer, wie ich hoffe den oben
Fig. 74. feſtgeſetzten Satz ohne Schwierigkeit annehmen: daß ein bewegter, die krumme Linie BHI durchlaufender Körper, wenn er in I durch irgend einen Widerſtand gezwungen wird, mit eben der Geſchwindigkeit wieder umzukehren, die er bei ſeinem Vorwärtslaufen hatte, vermöge der Schwerkraft die an denſelben Stellen allemahl auf gleiche Weiſe wirkt, in der Linie IHB zurückgebracht werden muß; und wie die Bewegung des Körpers von B nach I allenthalben gegen die vom Mittelpunkt auf den Körper ſo ſchräge geneigt geweſen iſt, daß die Centripetalkraft zum Theil der Bewegung des

Körpers hinderlich war und ſie nach und nach verringerte; ſo wird eben dieſe Kraft aus eben dem Grunde bei der Rückkehr des Körpers ſeine Bewegung befördern und ſie in jedem Punkt gerade um eben ſo viel beſchleunigen, als ſie ſie vorher langſamer gemacht hat.

§. 13.

Man nehme jezt an, daß die Linie AK, wenn der Körper in K iſt, nicht mehr ſchräge gegen die krumme Linie geneigt iſt, die er beſchreibt. Wenn der Körper in dieſem Fall zur Rückkehr genöthigt iſt, ſo muß im Augenblick ſeiner Rückkehr ſeine Richtung auf AK ſenkrecht ſeyn. Wäre er aber fortgefahren ſich vorwärts zu bewegen, ſo wäre die Richtung ſeiner Bewegung ebenfalls ſenkrecht auf AK geweſen; er mag ſich alſo dem Punkt A nähern, oder davon entfernen, in jedem Fall muß er zwei ähnliche Theile einer und eben derſelben krummen Linie beſchreiben. Weil nun der Körper auf der Rückkehr zum zweitenmahl die Linie KIHB beſchrieben haben würde, ſo würde die Linie KL, die er beſchrieben hatte, wenn er vorwärts zu gehn hätte fortfahren können, der Linie KHB vollkommen ähnlich ſeyn.

§. 14.

Eben ſo kann man die Bewegung eines Körpers beſtimmen, wenn die Richtung, worinn er ſeine Bewegung anfängt, durch eine Linie bezeichnet wird, die in dem Punkt B einen ſpitzen Winkel mit der vom Körper B zum Mittelpunkt A gezogenen Linie BA macht.

Nimmt

Fig. 76. Nimmt die Centripetalkraft immer ſo viel an Stärke zu, ſo wie ſich der Körper dem Mittelpunkt nähert, daß alle Linien wie AH, AL, AK nicht ſchräger gegen die vom Körper beſchriebene krumme Linie ſtehn, als AB gegen BC; ſo wird der Körper beſtändig dem Mittelpunkt näher kommen. Nimmt aber die Centripetalkraft ſo wenig zu, daß ſie die vom Mittelpunkt aus gezogenen Linien immer weniger ſchräge gegen die vom Körper beſchriebene krumme Linie werden läßt, und daß eine davon endlich auf dieſer krummen Linie ſenkrecht ſteht, zum Beiſpiel im Punkt K, ſo wird der Körper ſogleich zu ſteigen anfangen. Dies erhellt deutlich aus dem vorhergehenden; und der Körper wird bei ſeiner Entfernung vom Punkte K eine Linie beſchreiben, die in aller Rückſicht derjenigen ähnlich iſt, die er auf dem Wege von B nach K beſchrieb. So haben wir im vorigen Kapitel, da wir von den Schwingungen des Penduls redeten (§. 57.) angemerkt, daß es, ſo lange es ſich einer auf dem Horizont ſenkrecht ſtehenden Lage nähert, immer mehr und mehr ſich ſenkt; daß es aber in dem Augenblick wo es in dieſe Lage gekommen iſt, ſich wieder hebt, und im Steigen eine krumme Linie beſchreibt, die derjenigen völlig ähnlich iſt, die es im Herabfallen beſchrieb; eben ſo nähert ſich hier der Körper immer mehr dem Mittelpunkt während des ganzen Weges von B nach K, hernach aber entfernt er ſich von ihm in einer krummen Linie, die derjenigen, worinn er ſich ihm näherte, vollkommen ähnlich iſt.

§. 15.

§. 15.

Wenn die Linie BC auf AB ſenkrecht ſteht; ſo Fig. 77. kann, wie ſchon oben angemerkt iſt (§. 3.) die Centripetalkraft mit der forttreibenden Bewegung des Körpers dergeſtalt im Gleichgewicht ſtehn, daß der Körper um den Punkt A einen Kreis beſchreibt. Iſt die Centripetalkraft zu ſchwach, um dieſe Wirkung hervorzubringen, ſo wird die Bewegung des Körpers ſogleich ſchräge gegen die vom Mittelpunkt aus auf den Punkt, worinn er ſich jezt befindet, gezogene Linie, wie man bei dem erſten der vorher unterſuchten beiden Fälle geſehn hat. Iſt die Centripetalkraft ſtärker, als zur Beſchreibung eines Kreiſes von dem bewegten Körper erforderlich wäre; ſo wird die Bewegung unter den zweiten oben beſchriebenen Fall gehören.

§. 16.

Verändert ſich die Centripetalkraft dergeſtalt mit der Veränderung der Entfernung, daß der Körper, nachdem ſeine Bewegung gegen eine vom Mittelpunkt nach ſeiner jetzigen Stelle gezogene Linie ſchräge geworden iſt, endlich auf ſolch einer Linie ſenkrecht ſteht, (wovon wir die Möglichkeit in den beiden vorher unterſuchten Fällen bewieſen haben) ſo wird dieſer Körper, indem er in ſeiner Bewegung fortfährt aufs neue in die Entfernung AB kommen, und in dieſer Entfernung einen neuen, dem vorigen völlig ähnlichen Umlauf machen: hieraus folgt, daß der Körper, wenn er ſich in einem Raum bewegt, wo er gar keinen Widerſtand findet

det (als welches hier überall vorausgeſezt wird) ſtets fortfahren wird, eine krumme Linie um den Mittelpunkt zu beſchreiben, ſich wechſelsweiſe ihm zu nahen und von
Fig.78. ihm zu entfernen. Geht der Körper vom Punkt B in der auf AB ſenkrecht ſtehenden Linie BC fort, und beſchreibt die krumme Linie BDE, die in D gegen DA ſchräge liegt, aber in E auf der vom Körper E zum Mittelpunkt A gezogenen Linie AE ſenkrecht ſteht; ſo wird der Körper vom Punkt E aus die krumme Linie EFG, die der Linie BDE vollkommen ähnlich iſt, beſchreiben, und in G eben ſo weit von A ſeyn, als in B. Ueberdem wird die Linie AG auf der Richtungslinie der Bewegung des Körpers ſenkrecht ſtehn, und er wird folglich von G aus fortfahren die krumme Linie GHI zu beſchreiben, die der Linie GFE vollkommen ähnlich iſt: im Punkt I wird der Körper eben ſo weit von A ſeyn als er es in E war, auch wird die Linie AI auf ſeiner Richtungslinie ſenkrecht ſtehn; ſo daß er bei der Fortſetzung ſeines Weges IKL ähnlich mit IHG beſchreiben, und daß die Entfernung AL der Entfernung AG gleich ſeyn muß. Auf dieſe Art wird der Körper immer einerlei krumme Linie beſchreiben, indem er ſich wechſelsweiſe dem Mittelpunkt nähert, und ſich von ihm entfernt.

§. 17.

Sollte es ſich treffen, daß der Punkt E in die an der entgegengeſetzten Seite von A verlängerte Linie BA fiele, ſo würde in dieſem Fall der Punkt G auf B, der

Punkt

Punkt I auf E und der Punkt L gleichfalls auf B fallen; ſo daß der Körper um den Mittelpunkt A die krumme Linie BDEF beſchreiben wird, worinn er unaufhörlich von B nach E und von E nach B geht. Fig. 79.

§. 18.

Stände AE auf AB ſenkrecht, ſo würde auch in dieſem Fall die vom Körper beſchriebene Linie eine einfache krumme Linie ſeyn; denn der Punkt G würde in die über A hinaus verlängerte Linie BA fallen, der Punkt I in die über A hinaus verlängerte Linie AE und der Punkt L auf den Punkt B: ſo daß der Körper eine krumme Linie wie BEGI beſchreiben würde, worinn die Punkte B und G ſo wie die entgegengeſetzten E und I gleich weit vom Punkt A entfernt ſind. Fig. 78. Fig. 80.

§. 19.

In andern Fällen wird die vom Körper beſchriebene krumme Linie weit zuſammengeſetzter ſeyn.

§. 20.

Wir haben jezt zu zeigen geſucht, wie ein beſtändig von einem Mittelpunkt angezogener Körper dennoch, wenn er noch eine andre eigne Bewegung hat, nicht in dieſen Mittelpunkt nothwendig hineinfallen darf, ſondern ſich ins Unendliche um denſelben herumdrehen kann, wenn er ſich ihm in den einen Zeitraum um eben ſo viel nähert, als er ſich im andern von ihm entfernt.

§. 21.

Wir haben hiebei aber vorausgeſezt, daß die Centripetalkraft in gleicher Entfernung vom Mittelpunkt

im-

immer gleiche Stärke habe. Dies iſt der Fall mit jener Centripetalkraft, welche, wie wir in der Folge zeigen werden, die Planeten in ihren Bahnen hält. Wenn indeſſen die Centripetalkraft dieſe Eigenſchaft auch nicht hätte; ſo könnte ſich dennoch ein Körper immerfort um einen Mittelpunkt herumdrehn, und eine beliebige krumme Linie beſchreiben, die immer gegen den Mittelpunkt der Kraft einwärts gebogen ſeyn würde.

§. 22.

Um dies begreiflicher zu machen, will ich erſt den Fig. 81. Fall ſetzen, daß ein Körper das Vieleck ABCDE beſchreibe, welches aus den geraden Linien AB, BC, CD, DE und EA beſteht. Der Körper beſchreibe mit gleichförmiger Geſchwindigkeit die Linie AB. Im Punkt B erhalte er einen Stoß gegen den im Umfange der Figur gelegenen Punkt F; und dieſer Stoß ſei ſtark genug, um den Körper von der Richtung AB in die Linie BC zu bringen, worinn er ſich nun fortbewegen wird, bis er in C einen neuen Stoß gegen eben den Punkt F erhält, der ihn die Richtung CD anzunehmen nöthigt. Nach mehreren dergleichen Stößen führe ihn nun der letzte wieder zum Punkt A. So ſieht man hieraus, wie ein Körper alle Seiten des Vielecks ABCDE durchlaufen kann, vermittelſt einiger ſtets gegen denſelben Mittelpunkt gerichteten Stöße, die nur in beſtimmten Zwiſchenräumen und mit den erforderlichen Graden von Kraft auf den Körper wirken.

§. 23.

§. 23.

Noch mehr, wenn der Körper bei ſeiner Rückkunft nach A einen neuen Stoß gegen den Punkt F erhält, der ſtark genug iſt, um ihn aus ſeiner vorigen Richtung nach AB zu bringen, die er ganz anfangs beſchrieben hatte, ſo wird er mit eben der Geſchwindigkeit dieſe Linie beſchreiben, womit er ſich zuerſt von A entfernte.

§. 24.

Man verlängere AB beliebig, z. B. bis G, und ziehe von dieſem Punkt GH mit BF parallel. Dann folgt aus dem, was wir bei Gelegenheit des zweiten Geſetzes der Bewegung (Kap. 2. §. 22.) geſagt haben, daß der Körper während der Zeit, die er gebraucht hätte, um von B nach G zu kommen, wenn er keinen neuen Stoß erhalten hätte, durch dieſen Stoß die nothwendige Geſchwindigkeit erhalten hat, um von B nach H zu gelangen. Eben ſo, wenn man CI gleich mit BH macht, und IK parallel mit CF zieht, ſo wird der Körper von C nach K mit der Geſchwindigkeit gehn, die er in der Linie CD hat, in eben der Zeit die er um von C bis I zu kommen gebraucht hätte mit der Geſchwindigkeit, die er in BC hatte. Da CI und BH gleich ſind; ſo wird alſo der Körper die Linie CK in derſelben Zeit beſchreiben, die er gebraucht hätte, um mit der Geſchwindigkeit, die er in der Linie AB hatte von B nach G zu kommen. Macht man eben ſo DL mit CK gleich und LM mit DF parallel, ſo wird der Körper DM mit der Geſchwindigkeit die er in DE hat, in eben

der Zeit beſchreiben, worinn er BG mit ſeiner urſprünglichen Geſchwindigkeit beſchrieben haben würde. Wenn man endlich EN mit DM gleich und NO mit DF parallel, desgleichen AP mit EO gleich, und PQ mit AF parallel macht; ſo wird der Körper mit der Geſchwindigkeit, womit er wieder nach AB kam, AQ in eben der Zeit beſchreiben, worinn er mit ſeiner urſprünglichen Geſchwindigkeit die Linie BG beſchrieben haben würde. Da nun dies alles geradezu aus demjenigen folgt, was wir oben über die Wirkung der auf die bewegten Körper in ſchräger Richtung angebrachten Stöße geſagt haben; ſo müſſen wir noch ferner bemerken, daß man geometriſch beweiſen kann, daß die Linie AQ ſtets mit BG gleich ſeyn wird. Wenn man dies zugiebt, ſo folgt daraus, daß der Körper mit eben der Geſchwindigkeit nach AB zurückgekehrt iſt, womit er zuerſt dieſe Linie beſchrieb; denn vermöge der Geſchwindigkeit, womit er wieder in die Linie AB kommt, wird er die Linie AQ in eben der Zeit beſchreiben, worinn er mit ſeiner urſprünglichen Geſchwindigkeit von B bis G gegangen wäre.

§. 25.

Aus dem vorigen erhellet, wie ein Körper die Figur ABCDE vermöge gewiſſer empfangenen Stöße beſchreiben kann, die alle auf Einen Mittelpunkt gerichtet ſind. Wir ſehn ebenfalls daraus, daß der Körper, wenn er nach der Rückkehr zu ſeinem erſten Punkt daſelbſt einen hinreichenden Stoß erhält, um durch die

von

von ihm zuerſt durchlaufene Linie wieder ſeinen Weg zu nehmen, ſeine urſprüngliche Geſchwindigkeit wieder bekommen wird: wenn dieſelben Stöße wiederholt werden, ſo wird der Körper ſeinen alten Weg auch zum zweitenmahl und immer ins unendliche weiter, wiederholen.

§. 26.

Der gegebene Beweis wird dadurch gar nicht geſchwächt, wenn man ſich die Zahl der geraden Linien, woraus die Figur ABCDE beſteht, beliebig vermehrt denkt: und wir ſchließen alſo nach der ſchon vorher (§. 12.) erwähnten Methode, daß das, was von einem Vieleck gilt, ſich auch auf eine einzige krumme Linie anwenden läßt, und daß man ſtatt der verſchiedenen einzelnen Stöße, die von Zeit zu Zeit auf die Winkel der Figur wirkten, eine ſtetig wirkſame Centripetalkraft annehmen kann. Es ſteht alſo gar nichts im Wege, daß nicht ein Körper die krumme Linie ABC durchlaufen könnte, die allenthalben gegen einen Punkt wie D, einwärts gebogen iſt, wenn eine gegen dieſen Punkt gerichtete Kraft immerdar auf ihn wirkt; und daß er nicht bei ſeiner Rückkehr zu dem Punkt, von wo er zuerſt abging dieſelbe Geſchwindigkeit, womit er ſich zuerſt davon entfernte, wieder erhalte. Es iſt nicht eben nothwendig, daß er ganz genau ſeinen vorigen Weg nehme, denn die krumme Linie könnte eine ſolche ſeyn, wie ABCDBE. Wenn der Körper anfängt, dieſe Linie von B aus in der Richtung BF zu beſchreiben, und wenn er nach Beſchreibung der Linie BCD in den Fig. 82. Fig. 83.

Punkt B zurückkommt, ſo wird er nicht in die Linie BCD von neuen zurückkehren können, weil die beiden Theile der krummen Linie BD und BC in B einen Winkel zuſammen machen: ſo daß die Centripetalkraft, die im Punkte B den Körper hindern könnte der Linie BF zu folgen, und ihn zwang BC zu beſchreiben, nicht mehr dieſelbe Wirkung hervorbringen kann, wenn dieſer Körper nach B mit einer von der erſten verſchiedenen Richtung zurückkommt. Dazu würde ein weit ſtärkrer Stoß erfordert werden, als derjenige den der Körper anfangs erhalten hat.

§. 27.

Wenn die krumme Linie im Punkt B, von wo der Körper zuerſt abgeht, weder in ſich ſelbſt zurückkehrt (wie in der 82ſten Figur) ſo wird der Körper bei ſeiner Rückkehr in B ſeinen erſten Lauf wieder anfangen und ſo unendlich viele Umläufe um den Mittelpunkt der Centripetalkraft zurücklegen können.

§. 28.

Das bisherige wird hoffentlich hinreichend ſeyn, um meinen Leſern einen deutlichen Begriff von dieſen Centripetalbewegungen zu geben.

§. 29.

Ich habe mich nicht darauf eingelaſſen, die erforderliche Art von Centripetalkraft beſtimmen zu lehren, wodurch ein Körper zur Beſchreibung irgend einer gegebnen krummen Linie genöthigt werden kann. Dies hängt von dem Grade der Krümmung ab, den die Linie in ihren ein-

einzelnen Punkten hat, und läßt ſich ohne eine weitläuftige und verwickelte mathematiſche Demonſtration nicht einſehn. Ich will hier indeſſen doch ein Wort über den erſten Satz ſagen, der die Grundlage von der newtonſchen Theorie darüber iſt. Man will wiſſen, ob ein Körper, der eine krumme Linie beſchreibt, durch eine ſtets gegen einerlei Mittelpunkt gerichtete Kraft in dieſer krummen Linie gehalten wird; und im Fall das leztere iſt, wo dieſer Mittelpunkt liege. Nun heißt der Satz ſo: Wenn eine Linie von einem feſten Punkt zu einem Körper gezogen, und an dieſem Punkt befeſtigt, mit dem Körper um denſelben herumbewegt wird; ſo wird dieſe Linie, vorausgeſezt, daß die Kraft, welche den Körper in ſeinem Laufe erhält, ſtets gegen dieſen feſten Punkt, wie gegen ihren Mittelpunkt gerichtet iſt, gleiche Räume in gleichen Zeiten beſchreiben. Geſezt ein Körper durchlaufe die krumme Linie ABCD, und Fig. 34. beſchreibe die Bogen AB, BC, CD, in gleichen Zeiten; ſo muß man einen Punkt ausfindig machen, wie E, aus welchem man die Linie EA zieht, die den Körper auf ſeinem ganzen Wege begleitet, und die gleichen Ausſchnitte EAB, EBC, und ECD beſchreibt, unterdeſſen der Körper die gleichen Bogen AB, BC und CD durchläuft; eben dies muß in Anſehung aller übrigen, großen und kleinen Bogen der krummen Linie ABCD eintreffen, daß nämlich die durchlaufenen Räume gleich ſind, wenn die Zeiten gleich ſind: alsdann wird der Körper in ſeiner Bahn von einer Kraft gehalten, die ſtets gegen E, als gegen ihren Mittelpunkt gerichtet iſt.

§. 30.

Der Grundſatz, vermöge deſſen Newton dies bewieſen hat, läßt ſich ohne viele mathematiſche Vorkenntniſſe begreifen. Ich will alſo zum Schluſſe dieſes Kapitels den Leſern dieſe Demonſtration deutlich zu machen ſuchen, die ihnen zugleich ein auffallendes Beiſpiel davon geben wird, wie dieſer große Naturkundiger die Mathematik in der Aſtronomie anwandte.

§. 31.

Fig. 85. Er ſchließt folgendergeſtalt. Ein Körper bewege ſich vom Punkt A aus, und erhalte, nachdem er einen Theil der Linie AB durchlaufen iſt, einen gegen den Punkt C gerichteten Stoß. Er bekomme dieſen Stoß in D und beſchreibe folglich die Linie DE; der Körper wende nach dieſem Stoß eine gleiche Zeit an, um von D nach E zu kommen, als er auf dem Wege von A nach D brauchte. In dieſem Fall beweißt Newton, daß wenn man die geraden Linien CA, CD und CE zieht, die Dreiecke CAD und CDE gleich ſind. Und dies thut er auf folgende Weiſe.

§. 32.

Man ziehe EF mit CD parallel. Dann folgt offenbar aus dem, was wir über das zweite Geſetz der Bewegung (Kap. 1.) geſagt haben, daß der Körper, da er ſich in der Linie AB bewegte, als er den Stoß erhielt, durch den er in eine gegen C ſich neigende Richtung gerieth, nach dem Stoß die Linie DE in eben der Zeit durchlaufen muß, worinn er, wenn er nicht von ſei-

ſeinem Wege gebracht wäre, ſonſt DF beſchrieben hätte. Aber vermöge der Vorausſetzung iſt die Zeit welche der Körper um von D bis E zu kommen braucht, derjenigen gleich, worinn er AD durchläuft: die Zeit worinn der Körper DF beſchrieben haben würde, wenn er nicht in D von ſeinem Wege gebracht wäre, iſt alſo der Zeit gleich, worinn er AD beſchrieben hat: DF iſt alſo AD gleich; denn, wenn der Körper fortgefahren wäre, AB ohne Hinderung zu beſchreiben, ſo hätte er alle Theile davon mit gleicher Geſchwindigkeit durchlaufen, und gleiche Theile dieſer Linie in gleichen Zeiten. Jezt ziehe man CF: ſo wird, da AD und DF gleich ſind, das Dreieck CDF dem Dreieck CAD gleich ſeyn. Ferner, da EF mit CD parallel iſt; ſo wird das Dreieck CED dem Dreieck CFD gleich ſeyn: das Dreieck CED iſt alſo gleich dem Dreieck CAD.

§. 33.

Wenn der Körper in E einen neuen Stoß gegen C erhält, und die Linie EG dergeſtalt zu durchlaufen anfängt, daß er von E nach G in derſelben Zeit kommt, worinn er von D nach E, oder von A nach D kam; ſo wird gleichermaaßen das Dreieck CEG dem Dreieck CDE gleich ſeyn. Ein dritter, dem vorhergehenden gleicher Stoß, unter denſelben Umſtänden wird das Dreieck CGH dem Dreieck CEG gleich machen. Ein gleiches gilt von den Dreiecken CHI und CIK, die unter einander und jedem der übrigen Dreiecke gleich ſeyn werden. Da die Zeit, worinn der Körper ADE durchläuft,

läuft, derjenigen gleich iſt, worinn er EGH beſchreibt; ſo wie auch derjenigen, worinn er HIK durchläuft; ſo wird der Raum CADE dem Raum CEGH und dem Raum CHIK gleich ſeyn. Da auch die Zeit, worinn der Körper ADEG beſchreibt, derjenigen gleich iſt, die er um GHIK zu durchlaufen braucht; ſo wird auch der Raum CADEG dem Raum CGHIK gleich ſeyn.

§. 34.

Vermöge dieſes Grundſatzes hat Newton den §. 12. angezeigten Satz bewieſen, indem er ſich der von ihm in die Geometrie eingeführten Methode bediente, das was er von einer geradelinichten Figur bewieſen hatte, auf krumme Linien anzuwenden; und indem er zeigte, daß, da in jenem gleiche Räume in gleichen Zeiten beſchrieben werden, auch eben dies Verhältniß zwiſchen Räumen und Zeiten Statt finden wird, wenn die Figur aus einer einzigen krummen Linie beſteht, anſtatt daß ſie in dem gegebenen Beiſpiel aus einer gewiſſen Anzahl gerader Linien beſtand. Hieraus leitet er auch den umgekehrten Satz her, und beweißt, daß, ſo oft gleiche Räume in einer ſtetigen Bewegung in gleichen Zeiten beſchrieben werden, der Körper von einer Centripetalkraft gegen einen Mittelpunkt angezogen wird, in welchem alle Räume zuſammenlaufen.

Viertes Kapitel.

Ueber den Widerſtand der Flüſſigkeiten.

§. 1.

Ehe wir die Urſache entdecken können, welche die Planeten in ihren Bahnen hält, müſſen wir nothwendig wiſſen, ob der Raum, worinn ſich die Himmelskörper bewegen, leer oder mit Materie angefüllt iſt. Man hat die Meinung ſehr allgemein angenommen, daß jeder Raum einige Materie enthält, ſo daß ſich auch da, wo keine empfindbare Materie zu ſpüren iſt, dennoch eine flüſſige Subſtanz befinde, die alles bis auf das kleinſte nur mögliche Zwiſchenräumchen durchdringe. Um dieſe Meinung gehörig zu beurtheilen, hat Newton mit aller möglichen Sorgfalt den Widerſtand unterſucht, den Körper von Flüſſigkeiten zu erleiden haben, wenn ſie ſich darinne bewegen.

§. 2.

Die Entdeckungen dieſes großen Mannes über dieſe Materie laſſen ſich auf drei Hauptpunkte zurückbringen. Zuerſt zeigt er, daß der Widerſtand den die Körper finden, wenn ſie ſich in einer Flüſſigkeit bewegen in einem Verhältniß wächſt, das aus dem Raum, den ſie in der Flüſſigkeit durchlaufen, aus der Geſchwindigkeit, und aus der Dauer ihrer Bewegung zu-

ſammen-

ſammengeſezt iſt. Alsdann unterſucht er, welchen Grad von Widerſtand verſchiedene Körper leiden, die ſich in einerlei Flüſſigkeit bewegen, nach dem verſchiedenen Verhältniß zwiſchen der Dichtigkeit der Flüſſigkeit und der Dichtigkeit des bewegten Körpers. Die Dichtigkeiten der Körper, ſo wohl der feſten als der flüſſigen, werden nach der Menge der Materie gemeſſen, die ſie in gleichen Räumen enthalten; derjenige Körper nämlich iſt der dichteſte, der in gleichem Umfange die gröſte Menge von Materie enthält, oder welcher (wenn die Räume gleich ſind) am meiſten wiegt: denn das Gewicht eines Körpers ſteht, wie wir oben (Kap. 1.) angemerkt haben, mit der in ihm enthaltenen Menge von Materie in gleichem Verhältniß. So iſt Waſſer dichter als Korkholz, Eiſen dichter als Waſſer und Gold dichter als Eiſen. Die dritte Unterſuchung, die Newton über dieſen Gegenſtand anſtellte, betrift den Widerſtand, der aus der verſchiedenen Figur der Körper entſteht; die ſich in den Flüſſigkeiten bewegen.

§. 3.

Um den erſten Punkt deutlicher zu entwickeln, bemerkt er genau, was in folgenden drei Fällen geſchehen muß. Erſtens wenn der Körper einen gröſsern oder geringern Widerſtand in gleichem Verhältniß mit ſeiner Geſchwindigkeit leidet, ſo daß eine doppelte Geſchwindigkeit einen doppelten Widerſtand hervorbringt, und ſo ferner. Zweitens, wenn der Widerſtand wächſt wie die Quadrate der Geſchwindigkeit; ſo daß bei zweifacher

facher Geſchwindigkeit der Widerſtand vierfach, bei dreifacher, neunfach wird, und ſo weiter. Drittens wenn der Widerſtand theils in gleichem, theils im Quadratverhältniß der Geſchwindigkeit wächſt.

§. 4.

In allen dieſen Fällen werden die Körper aus zwei verſchiedenen Geſichtspunkten angeſehn; entweder wie ſie bloß ſich bewegen und durch die ihnen eigenthümliche Trägheitskraft, vermöge deren ſie jeder Veränderung ihres Zuſtandes, ſie mag Uebergang von Ruhe zu Bewegung oder von Bewegung zu Ruhe ſeyn, widerſtehn, der Flüſſigkeit entgegenwirken; oder auch, wie bei ihrem Hinaufſteigen und Hinabfallen die Schwerkraft mit dieſer andern Kraft verbunden iſt. Unſer Verfaſſer hat in allen drei Fällen gezeigt, welchen Widerſtand die Körper in einer gleichartigen Flüſſigkeit in jener fortſchreitenden Bewegung finden, und wie groß der Widerſtand iſt, wenn ſie ſenkrecht ſteigen oder fallen. Ferner, daß ein Körper, wenn er in ſchräger Richtung in einer gleichartigen Flüſſigkeit ſtiege oder fiele, und der Widerſtand in gleichem Verhältniß mit der Geſchwindigkeit zunähme, eine Linie beſchreiben würde, welcher die Hyperbel zum Maaß diente, eben dieſelbe, wovon der Dr. Barrow zuerſt die merkwürdigſten Eigenſchaften unterſucht hat, und die jezt unter dem Namen der logarithmiſchen krummen Linie bekannt iſt. Für den Fall, wenn der Widerſtand in dem Quadratverhältniß der Geſchwindigkeit wächſt, hat der Verfaſſer

faſſer nicht die in einer gleichartigen Flüſſigkeit vom Körper zu beſchreibende krumme Linie angegeben; aber ſtatt deſſen eine Aufgabe aufzulöſen geſucht, die gewiſſermaaßen die Umkehrung von jener iſt. Dieſe Aufgabe, die er ſo abgehandelt hat, daß ſie ſich auf jeden Widerſtand anwenden läßt, beſteht eigentlich darinn: die Dichtigkeit einer Flüſſigkeit in jedem Punkt ihrer Höhe zu finden, die durch ihren Widerſtand den Körper eine gegebene krumme Linie zu beſchreiben nöthigt. Er macht hernach eine Anwendung von dieſer Speculation, indem er beweiſt, daß ein Körper, der eine Flüſſigkeit von beſtimmter Dichtigkeit, z. B. die Luft durchſtreicht, eine Linie beſchreiben wird, die der Hyperbel näher kommt, als der Parabel. Dann lehrt er, wie man dieſe Art von Hyperbel verzeichnen muß, und löſt in wenig Worten die Aufgabe über das Bombenwerfen vermittelſt dieſer Linie auf, ſo wie es Torricelli und andere, deren Erfindungen oben der Länge nach aus einander geſezt ſind, vermittelſt der Parabel gethan hatten.

§. 5.

Newton hat auch deutlich von der Art der Bewegung gehandelt, die beim Pendul Statt findet; und hat gleichfalls eine kleine Anzahl von Fällen unterſucht, worinn ſich Körper in Flüſſigkeiten um einen Mittelpunkt bewegen, gegen welchen ſie von einer Centripetalkraft hingezogen werden, um von dieſer Art von Bewegungen einen Begriff zu geben.

§. 6.

Der Artikel von dem Widerſtande, den die Penduln leiden, hat ihm Gelegenheit gegeben, an einer andern Stelle ſeines Werks einige ſehr angenehme Unterſuchungen über ihre Bewegung, ohne Rückſicht auf irgend einen Widerſtand anzubringen. Er ſieht ſie daſelbſt ſo an, als ob ſie durch eine Gravitation bewegt würden, die ſie demſelben Geſez unterwirft, was wie er bewieſen hat bei der Erde unterhalb ihrer Oberfläche Statt findet (ſiehe in dieſem Werk B. II. Cap. 6. §. 7.) und leitet von dieſer Art von Gravitation, da wo die Kraft in gleichem Verhältniß mit der Entfernung des Mittelpunktes ſteht, alles das her, was Huygens einſt aus der gewöhnlichen Vorausſetzung von ihrer Gleichförmigkeit und von ihrer Wirkung in Parallellinien abgeleitet hatte.

§. 7.

Huygens ſagt uns gegen das Ende ſeiner Abhandlung über die Urſache der Schwere, daß er in ſeinen Unterſuchungen auf den erſten der vorher angeführten Fälle gerathen ſei, daß der Widerſtand der Flüſſigkeiten mit der Geſchwindigkeit der bewegten Körper in gleichem Verhältniß ſtehe, eben ſo wie unſer Verfaſſer. Da er aber hernach durch die Erfahrung gefunden habe, daß der zweite mehr mit der Natur übereinſtimme, habe er auf dieſem Wege einige Fortſchritte gemacht, bis er ſich dadurch aufgehalten fand, daß er den ſenkrechten Fall der Körper nicht mit dieſer Vorausſetzung vereinigen

nigen konnte, weil er nicht bemerkte, daß das Maaß der von ihm bei dieſer Gelegenheit gebrauchten krummen Linie von der Quadratur der Hyperbel abhing: ein Irrthum, der dieſem großen Mann wohl zu verzeihn iſt, da unſer Verfaſſer damals noch nicht ſein vortrefliches Werk über die Quadratur der krummen Linien bekannt gemacht hatte; denn ohne die in dieſem Werk vorgetragenen Sätze würde unſer Verfaſſer ſelbſt, in dieſer Rückſicht ſo wohl, als in manchen andern Stellen ſeiner Werke, ſchwerlich ſo glücklich geweſen ſeyn, als jezt.

§. 8.

Was Huygens gefunden hat, daß die Körper im Quadratverhältniß ihrer Geſchwindigkeit widerſtehn, ſtimmt mit den Schlüſſen unſers Verfaſſers überein, welcher den Widerſtand, den die Flüſſigkeiten durch den Zuſammenhang ihrer Theile und durch das Reiben des bewegten Körpers an ihnen bewirken, von demjenigen unterſcheidet, der aus ihrer Trägheitskraft entſteht, welche den Partikelchen der flüſſigen Körper eben ſo wohl, als den Beſtandtheilen der feſten eigen iſt.

§. 9.

Der aus dem Reiben des bewegten Körpers gegen die Flüſſigkeiten entſtehende Widerſtand kann nicht ſehr beträchtlich ſeyn; derjenige, welcher von dem Zuſammenhange der flüſſigen Körper herrührt, iſt gewöhnlich nicht ſehr groß, und hängt ſehr wenig von

der Geſchwindigkeit des Körpers in der Flüſſigkeit ab; denn da die Theile der Flüſſigkeit mit einem gewiſſen Grade von Kraft zuſammenhängen, ſo kann der Widerſtand, den der Körper dadurch erleidet, nicht viel von der Geſchwindigkeit, womit er ſich bewegt, abhängen; aber ſeine Wirkung muß ſo, wie die Wirkung der Schwerkraft, in gleichem Verhältniß mit der Zeit ſtehn, während deren er wirkſam iſt: eine genauere Entwickelung dieſes Satzes von Newton ſelbſt findet der Leſer in ſeinem Nachſchreiben zu einer von mir in No. 371. der Transactions philoſophiques bekannt gemachten Abhandlung. Der hauptſächlichſte Widerſtand der Flüſſigkeiten gegen die in ihnen bewegten Körper rührt von der Trägheitskraft ihrer Beſtandtheile her, und hängt von dem Grade der Geſchwindigkeit des Körpers aus folgenden beiden Gründen ab. Zuvörderſt ſteht die Menge von Flüſſigkeit, welche der bewegte Körper in einer beſtimmten Zeit aus ihrer Stelle drängt, mit ſeiner Geſchwindigkeit in gleichem Verhältniß: zweitens ſteht auch die Geſchwindigkeit, womit jeder Theil der Flüſſigkeit in Bewegung geſezt wird, mit der Geſchwindigkeit des bewegten Körpers ebenfalls in gleichem Verhältniß: da nun der Widerſtand eines Körpers gegen eine ihm mitzutheilende Bewegung mit der Menge ſeiner Materie, und ebenfalls mit der Geſchwindigkeit, die man ihm mittheilen will in gleichem Verhältniß ſteht; ſo muß der Widerſtand einer Flüſſigkeit durch die zunehmende Geſchwindigkeit des bewegten Körpers quadrirt werden; das heißt der Widerſtand

wird ſich verhalten, wie die Quadrate der Geſchwindigkeit des bewegten Körpers.

§. 10.

Ueberdem iſt offenbar, da der aus dieſer Quelle entſtehende Widerſtand mit der Geſchwindigkeit, und ſo gar wie die Quadrate derſelben wächſt, daß das Verhältniß des vorher erwähnten Widerſtandes gegen dieſen, mit der Zunahme der Geſchwindigkeit des bewegten Körpers immer kleiner werden wird: noch mehr; die lezte Art von Widerſtand kann durch eine erforderliche Vermehrung der Geſchwindigkeit dergeſtalt wachſen, daß der erſtere in Vergleichung gegen ſie kleiner wird, als jede anzugebende Größe. Auch iſt durch mehrere Erfahrungen bewieſen, daß kein anderer, als der durch die Trägheitskraft der Beſtandtheile der Flüſſigkeit entſtehende Widerſtand in Anſchlag kommen darf, wenn ſich der Körper mit einer ſehr ſtarken Geſchwindigkeit bewegt.

§. 11.

Außer den bisher erwähnten Arten von Widerſtand giebt es noch eine Art deſſelben, die aber nur in denen Flüſſigkeiten Statt findet, die ſo wie unſre Luft elaſtiſch ſind. Vermöge dieſer Eigenſchaft kann eine Quantität Luft in einen engern Raum zuſammengedrängt werden, nimmt aber wieder eben ſo viel Raum als vorher ein, ſo bald die zuſammendrängende Kraft weggenommen wird. Die Luft, welche wir einathmen,

hat

hat den Grad von Dichtigkeit, den ſie durch den Druck der über uns befindlichen Luft erhält. Da die Winde und andre Urſachen allerlei Veränderungen in der Schwere der Luft hervorbringen, wie man bei Beobachtung des Barometers ſehen kann; ſo athmen wir bald eine dichtere, bald eine dünnere Luft ein. Wir wiſſen nicht, bis zu welchem Grade ſich die Luft vermöge ihrer Elaſticität ausdehnen könnte, wenn ſie durch gar keine Kraft zuſammengedrängt würde; auch nicht, bis zu welchem Grade von Dichtigkeit ſie ſich zuſammendrängen laſſen kann. Boyle hat durch einen Verſuch bewieſen, daß eine in einem gewiſſen Raum eingeſchloſſene Luft ſich in einen Raum ausbreiten kann, der ſich zu dem erſten verhält, wie einige hunderttauſend zu eins. Wir werden in der Folge (B. II. Kap. 6.) hierauf zurückzukommen Gelegenheit haben. Hier kommt es nur darauf an, den Widerſtand zu beſtimmen, den die Elaſticität der Luft der Bewegung der Körper entgegenſezt.

§. 12.

Ehe unſer Verfaſſer zeigt, wie dieſe Urſache des Widerſtandes wirke, giebt er eine Methode an, wodurch die Flüſſigkeiten elaſtiſch gemacht werden können; er zeigt, wenn ihre Beſtandtheile die Kraft haben einander zurückzuſtoßen, die mit den Entfernungen der Mittelpunkte ihrer Beſtandtheile in verkehrtem Verhältniß ſteht, daß alsdann dergleichen Flüſſigkeiten, wenn ſie zuſammengedrückt werden ſollen, eben das Geſetz befolgen werden, das in Anſehung unſrer Luft Statt

findet, daß nämlich der Raum, worinn die Flüſſigkeit durch den Druck eingeengt wird, mit der zuſammendrückenden Kraft in umgekehrtem Verhältniß ſteht. Der Ausdruck eines umgekehrten Verhältniſſes iſt ſchon oben (B. I. K. 2. §. 30.) erklärt. Wenn aber die Centrifugalkraft der Beſtandtheile andre Geſetze hat, ſo werden dergleichen Flüſſigkeiten nach andern Verhältniſſen zuſammengedrückt werden.

§. 13.

Unſer Verfaſſer entſcheidet nicht, ob die Luftpartikelchen eine dergleichen Kraft haben, womit ſie, ohne mit einander in Berührung zu ſtehn, einander entgegen wirken, ſondern überläßt die Entſcheidung dieſer Frage andern Naturkundigen. Er nimmt bloß davon Veranlaſſung, den Widerſtand elaſtiſcher Flüſſigkeiten nach dieſen Begriffen zu unterſuchen; und ſtreuet nebenbei einige Bemerkungen über die Verſchiedenheiten ein, welche daraus entſtehn würden, wenn ihre Elaſticität von einer andern Urſache herrührte. Man kann nicht läugnen, daß er bei dieſer Gelegenheit ſehr viel Beurtheilungskraft gezeigt hat; denn dieſe Erklärung iſt bei weitem die vernünftigſte von allem, was man über dieſe ſonderbare Kraft geſagt hat, wie man leicht einſehn wird, wenn man die Unzulänglichkeit aller übrigen Muthmaßungen über dieſen Gegenſtand erwägt, und wenn man bedenkt, daß man den Körpern keinesweges die Kraft abſprechen kann, ohne Berührung auf einander zu wirken, da wir unläugbar ein Beiſpiel dieſer

Art an der Schwerkraft haben, die, wie wir in der Folge (B. II. Kap. 5.) zeigen werden, eine allen Körpern des Weltalls und jedem Beſtandtheil derſelben eigenthümliche Kraft iſt. Ueberdem ſcheint es auch, wenn man den Magnet betrachtet, daß er außer ſeiner anziehenden, noch eine zurückſtoßende Kraft habe. Wir werden am Ende dieſes Werks Gelegenheit haben, darauf zurückzukommen.

§. 14.

So öffnet ſich unſer Verfaſſer die Bahn, um den Widerſtand zu erklären, den die Luft und andre ähnliche Flüſſigkeiten durch ihre Elaſticität den Körpern entgegenſetzen. Er verfährt dabei folgendermaßen: Wenn die elaſtiſche Kraft der Flüſſigkeit ſo abwechſelte, daß ſie immer im Quadratverhältniß der Geſchwindigkeit des bewegten Körpers wäre, dem die Flüſſigkeit widerſteht; ſo wird alsdann der durch die Elaſticität verurſachte Widerſtand im Quadratverhältniß der Geſchwindigkeit zunehmen; ſo daß der ganze Widerſtand in dieſem Verhältniß ſtehen wird, jenen kleinen Theil deſſelben ausgenommen, der von dem Reiben der Flüſſigkeit gegen den bewegten Körper herrührt. Da nun die Elaſticität von einerlei Flüſſigkeit ſtets dieſelbe bleibt, wenn auch die Geſchwindigkeit des bewegten Körpers abnimmt, ſo folgt hieraus, daß der von der Elaſticität verurſachte und alſo der gänzliche Widerſtand in einem kleinern Verhältniß, als im Quadratverhältniß der Geſchwindigkeit, das heißt, in einem kleinern Verhält-

niß, als der durch die Trägheitskraft der flüſſigen Beſtandtheile entſtehende Widerſtand, abnehmen wird. Hieraus folgt, daß der von der Elaſticität herrührende Widerſtand mit dem vom Zuſammenhange der Flüſſigkeit und von ihrem Reiben verurſachten, eine Eigenſchaft gemein hat; daß nämlich die Geſchwindigkeit dergeſtalt wachſen kann, daß der von der Elaſticität der Flüſſigkeit herrührende Widerſtand nur äußerſt geringe, gegen den von der Trägheitskraft der Flüſſigkeit verurſachten, werden muß. Unſer Verfaſſer ſchließt hieraus, daß der Widerſtand gegen einen Körper, der ſich mit der höchſten Geſchwindigkeit in einer elaſtiſchen Flüſſigkeit bewegt, beinahe derſelbe iſt, als ob die Flüſſigkeit nicht elaſtiſch wäre; wenn nämlich die Elaſticität von der Centrifugalkraft der mittleren Theile, nach der oben angeführten Meinung herkommt, vorzüglich wenn die Geſchwindigkeit ſo groß iſt, daß die Centrifugalkraft zur Aeußerung ihrer Wirkſamkeit keine Zeit behält. Man muß aber nicht aus der Acht laſſen, daß unſer Verfaſſer dieſen Beweis bloß auf die Vorausſetzung gebauet hat, daß ſich wirklich eine ſolche Centrifugalkraft in den Beſtandtheilen der Flüſſigkeit befinde: wäre aber die Elaſticität durch die Ausdehnung der Theile, ſo wie das Zuſammendrücken der Wolle und ähnlicher Körper geſchicht, verurſacht, ſo daß die Beſtandtheile der Flüſſigkeit gewiſſermaaßen durch einander gemengt, und in ihrer Bewegung verwirrt wären, ſo werden die Theile gewiſſermaaßen an einander hängen, und der Bewegung des Körpers außer dem von ihrer Elaſticität her-

herkommenden noch einen neuen Widerſtand verurſachen, der alsdenn nach der oben angezeigten Art beſtimmt werden muß.

§. 15.

Im zweiten Theil dieſer Theorie ſucht er das Maas des Widerſtandes nach dem Verhältniß zu beſtimmen, das zwiſchen der Dichtigkeit des bewegten Körpers und der Flüſſigkeit iſt. Der Ausdruck Dichtigkeit iſt ſchon oben (§. 2.) erklärt. Da unſer Verfaſſer ſchon zwei verſchiedene Fälle von Körpern, die ſich in einer Flüſſigkeit bewegen, unterſucht hatte; theils wenn ſie dem Körper einzig durch ihre Trägheitskraft widerſteht, theils wenn ihre Schwere beim Steigen oder Fallen mit dieſer andern Kraft verbunden iſt; ſo müſſen nun auch die Flüſſigkeiten aus zwei verſchiedenen Geſichtspunkten angeſehn werden; theils wie ihre Theile in Ruhe, in einer freien ungezwungenen Lage, theils wie ſie durch ihr eignes Gewicht oder durch irgend eine andre Urſache zuſammengedrückt ſind.

§. 16.

Im erſten Fall, wenn die Beſtandtheile der Flüſſigkeit gar nicht mit einander verbunden ſind, ſo daß ſich ein jeder frei nach allen Richtungen ohne einiges Hinderniß bewegen kann, wenn nun eine Kugel ſich in einer ſolchen Flüſſigkeit bewegt, und wenn ſowohl die Kugel als die Partikeln der Flüſſigkeit vollkommen elaſtiſch ſind, ſo daß dieſe Partikelchen, wenn die Kugel

auf eins derſelben trift, zurückſpringen und ſich mit eben der Geſchwindigkeit von der Kugel trennen, womit dieſelbe ſie angeſtoßen hat: in dieſem Fall muß man den Widerſtand, den die Kugel leidet, wenn ſie ſich mit einem bekannten Grade von Geſchwindigkeit bewegt, folgendermaaßen beſtimmen. Die Geſchwindigkeit der Kugel giebt an, wie viel Zeit ſie brauchen würde, um mit eben dieſer Geſchwindigkeit zwei Drittheile ihres Durchmeſſers zu durchlaufen. Das Verhältniß der Dichtigkeit der Flüſſigkeit zur Dichtigkeit der Kugel iſt daſſelbe, wie das Verhältniß des Widerſtandes, den die Kugel erleidet, zu der Kraft, welche, wenn ſie gerade wie die Schwerkraft ſtetig auf die Kugel wirkte, während des vorher angegebenen Zeitraums in der Kugel denſelben Grad von Bewegung hervorbringen würde, womit ſie ſich in der Flüſſigkeit bewegt. Sind aber weder die Theile der Flüſſigkeit noch die Kugel elaſtiſch, ſo daß jene, wenn die Kugel ſie trift, nicht zurückſpringen; ſo wird der Widerſtand nur halb ſo groß ſeyn. Sind endlich die Theile der Flüſſigkeit und der Kugel unvollkommen elaſtiſch, ſo daß ſich die Theile der Flüſſigkeit von der Kugel nur mit einem Theil derjenigen Geſchwindigkeit entfernen, womit die Kugel ſie anſtößt; ſo wird der Widerſtand zwiſchen den beiden vorigen Fällen das Mittel halten, und ſich einem oder dem andern mehr nähern, je nachdem die Elaſticität größer oder kleiner iſt.

§. 17.

§. 17.

Die Elaſticität, die hier den Theilen der Flüſſigkeit beigelegt wird, iſt nicht jene Kraft, ſich einander, wenn ſie ſich auch nicht unmittelbar berühren, zurückzuſtoßen, vermöge welcher jede Flüſſigkeit, wie wir oben geſagt haben, elaſtiſch werden kann; ſondern bloß jene Art von Elaſticität, vermöge welcher feſte Körper die vorige Lage ihrer Theile und ihre Geſtalt wieder annehmen, wenn der Stoß eines andern Körpers darinn eine Veränderung hervorgebracht hat. Wir haben dieſe Art von Elaſticität oben (Kap. I.) weitläuftiger erklärt.

§. 18.

Dies iſt der Fall in Rückſicht auf die Flüſſigkeiten, deren Theile ein Körper vor ſich her treibt, ſo daß er den Raum hinter ſich leer läßt. Bei denenjenigen aber, die dergeſtalt zuſammengedrückt ſind, daß diejenigen Partikeln, die der Körper, deſſen Bewegung ſie widerſtehn, aus ihrer Stelle drängt, ſich ſogleich hinter ihn ziehn und den Raum ausfüllen, der nach der vorigen Vorausſetzung leer blieb, iſt der Widerſtand weit kleiner; denn eine Kugel wird in einer ſolchen unelaſtiſchen Flüſſigkeit nur die Hälfte von dem geringſten im vorigen Fall zu beſorgenden Widerſtande antreffen. Durch Elaſticität verſtehe ich hier jene Kraft, die jede Flüſſigkeit elaſtiſch macht. Hat die zuſammengepreßte Flüſſigkeit dieſe Eigenſchaft, wie das bei der Luft unläugbar iſt, ſo wird der Widerſtand größer ſeyn, als die

die vorige Regel ausſagt; denn da die Flüſſigkeit einiger Verdichtung fähig iſt, ſo wird der Fall einige Aehnlichkeit mit dem bei den nicht zuſammengedrückten Flüſſigkeiten haben.

§. 19.

Hernach bemüht ſich unſer Verfaſſer, die Grade des Widerſtandes zu beſtimmen, den Körper von verſchiedenen Figuren leiden; und dies iſt der lezte von den drei Hauptpunkten, unter welche wir alles geordnet haben, was wir über den Widerſtand der flüſſigen Körper zu ſagen hatten. In dieſer Unterſuchung findet er einen erſtaunlichenUnterſchied zwiſchen den freien und zwiſchen den zuſammengedrückten Flüſſigkeiten. Er beweißt, daß eine Kugel in den erſten nur halb ſo großen Widerſtand leidet, als ein Cylinder deſſen Grundfläche dem größten Kreiſe der Kugel gleich iſt, wenn er ſich nach der Richtung ſeiner Axe bewegte; anſtatt daß in den leztern die Kugel und der Cylinder gleichen Widerſtand leiden werden. Er beweißt überhaupt, daß der Widerſtand den die Körper bei ihrer Bewegung finden immer gleich ſeyn wird, ſo verſchieden auch ihre Figur ſeyn mag, wenn ſich nur die größten Schnitte der Körper ſenkrecht auf die Axe ihrer Bewegung gleich ſind.

§. 20.

So wie unſer Verfaſſer den Unterſchied zwiſchen dem Widerſtande gefunden hat, den die Kugel und der Cylinder in nicht zuſammengepreßten Flüſſigkeiten leiden; ſo theilt er uns auch die Reſultate von einigen

andern

andern Unterſuchungen dieſer Art mit. Er lehrt, wie man von allen Stücken eines Kegels, den man auf einerlei Grundfläche und mit einerlei Höhe beſchreibt, dasjenige finden kann, welches unter allen den kleinſten Widerſtand leidet, wenn es ſich in der Richtung ſeiner Axe bewegt. Und daraus leitet er eine leichte Methode her einem ſphäroidiſchen feſten Körper eine ſolche Figur zu geben, daß die Sphäroide vergrößert, und dennoch der Widerſtand den ſie leidet vermindert wird: eine Aufgabe, deren Auflöſung ihm bei der Schiffsbaukunſt einigen Nutzen zu haben ſcheint. Er endigt dieſe Unterſuchung durch Angabe desjenigen feſten Körpers, der unter allen in dieſen nicht zuſammengedrängten Flüſſigkeiten den geringſten Widerſtand finden wird.

§. 21.

Damit diejenigen Leſer, die in der Mathematik weniger Kenntniſſe haben, mich beſſer verſtehn, will ich hier erklären, was ich unter einem Stück von einem Kegel und unter einem ſphäroidiſchen feſten Körper verſtehe. Das Wort Kegel iſt ſchon weiter oben erklärt. Ein Stück eines Kegels, oder ein abgekürzter Kegel iſt derjenige Theil deſſelben, welcher übrig bleibt, wenn die Spitze und ein Theil des ganzen Kegels durch einen Schnitt, der mit ſeiner Grundfläche parallel läuft fortgenommen iſt, wie in der 86ſten Figur. Eine Sphäroide wird durch die Bewegung einer Ellipſe hervorgebracht, ſo wie eine Kugel durch die Bewegung

eines

eines Kreiſes. Wenn ſich ein Kreis um ſeinen Durchmeſſer dreht; ſo bringt er durch ſeine Bewegung eine Kugel hervor: eben ſo wenn ſich eine Ellipſe (eine ſchon oben erklärte krumme Linie, wovon wir in der Folge (B. II. K. 1. §. 6.) noch weitläuftiger handeln werden) um die größte oder kleinſte Linie, wodurch ſie in zwei gleiche Theile getheilt werden kann, bewegt; ſo bringt ſie eine Art von länglichter Kugel hervor, wie in der 87ſten Figur. Beide dort vorgeſtellte Körper heißen Sphäroiden, und ein ſphäroidiſcher feſter Körper iſt ein jeder der ihnen ähnlich iſt.

§. 22.

Wenn man frägt, wie eine Veränderung in der Figur eines ſphäroidiſchen Körpers die Bewegung des Schiffs erleichtern kann, da wir nur ſo eben behauptet haben, daß die Figur der Körper, die ſich in einer zuſammengedrückten, nicht elaſtiſchen Flüſſigkeit bewegen, weder Vermehrung noch Verminderung des Widerſtandes verurſacht; ſo antworten wir, daß das oben geſagte ſolche Körper anging, die bis zu einer gewiſſen Tiefe gänzlich in ſolche Flüſſigkeit eingeſenkt ſind, aber gar nicht diejenigen, die auf ihren Oberflächen ſchwimmen; denn in dieſem Fall ſteigt die Flüſſigkeit durch Bewegung der vordern Theile des Körpers etwas in die Höhe, und ſenkt ſich hinter demſelben etwas hinab; ſo daß wegen dieſer Unebenheit auf der Oberfläche der Flüſſigkeit der erhabenſte Theil

der-

derſelben der Bewegung des Körpers beinahe auf eben die Weiſe widerſtehn wird, als in einer nicht zuſammengedrückten Flüſſigkeit geſchehn würde; dies iſt beinahe eben das, was der Körper in der Luft von der Elaſticität derſelben leiden würde; ob er gleich von allen Seiten mit ihr umgeben iſt (§. 17. dieſes Kapitels). In ſo fern dieſe Urſachen wirkſam ſind, trägt die Geſtalt des bewegten Körpers mehr oder weniger zu dem Widerſtande bei, den er leidet; denn es iſt offenbar, daß diejenige Figur, die am wenigſten geradezu auf die Theile der Flüſſigkeit ſtößt, und alſo die Theile einer unelaſtiſchen Flüſſigkeit am wenigſten zu einer Erhöhung nöthigt, und eine elaſtiſche Flüſſigkeit am wenigſten zuſammendrückt, den geringſten Widerſtand leiden wird.

§. 23.

Das wahre Mittel den Unterſchied des Widerſtandes anzugeben, den die Verſchiedenheit der Figur in einem Körper hervorbringt, beſteht in Erwägung der verſchiedenen Wirkungen der Beſtandtheile der Flüſſigkeit, auf den Körper, der ſie aus der Stelle zu drängen ſucht, nach der verſchiedentlich ſchrägen Richtung der Theile des Körpers gegen die Theile der Flüſſigkeit. Jedermann weiß, daß ein ſchräge gegen eine Ebene treffender Körper ſie nicht ſo ſtark anſtößt, als wenn er ſie ſenkrecht getroffen hätte, und daß der Stoß um deſto ſchwächer wird, je ſchräger ſeine Richtung iſt. Anders

würde

würde es ſich verhalten, wenn der Körper in Ruhe wäre, und die Ebene ſtieße auf ihn.

§. 24.

Hier iſt der Beweis davon, daß es keinen Zuſammenhang zwiſchen der Figur eines Körpers und zwiſchen dem Widerſtande giebt, den er in zuſammengedrückten Flüſſigkeiten leidet. Geſezt ABCD ſei eine Röhre, worinn eine Flüſſigkeit z. B. Waſſer enthalten ſei, welches ſie mit einer gleichförmigen Geſchwindigkeit durchläuft; und ein in der Axe der Röhre befindlicher Körper wie E widerſetze ſich dem Durchgange des Waſſers. Offenbar wird hier die Figur des vordern Theils von E ſehr wenig dazu beitragen, die Bewegung des Waſſers zu verhindern, ſondern die Schwierigkeit wird bloß von dem Raum herrühren, den der Körper einnimmt, und der den Raum für den Durchgang des Waſſers verengt: die Verſtopfung der Bewegung des Waſſers wird mit der Kraft, womit es gegen den Körper ſtößt, in gleichem Verhältniß ſeyn. Geſezt nun die beiden Oeffnungen der Röhre wären verſtopft, und das Waſſer darinn in Ruhe; der Körper E bewege ſich ferner darinn, ſo daß die Waſſertheilchen mit eben der Geſchwindigkeit bei ihm vorbeigehen können, die ſie vorher hatten; ſo wird der Druck des Waſſers auf den Körper, oder der Widerſtand, den es ſeiner Bewegung entgegenſezt, derſelbe bleiben,

und

und folglich ſehr wenig davon auf die Figur des Körpers ankommen.

§. 25.

Nach eben dieſen Grundſätzen kann man den Widerſtand meſſen, den zuſammengedrückte Flüſſigkeiten bewegten Körpern entgegenſetzen, in Rückſicht auf das Verhältniß der Dichtigkeit des feſten Körpers zur Dichtigkeit der Flüſſigkeit: es iſt hier aber der Ort nicht, mich auf eine ganz umſtändliche Entwickelung dieſer Methode einzulaſſen.

§. 26.

Jezt ſind wir die verſchiedenen Hauptpunkte dieſer Theorie durchgegangen. Wir haben nur noch die Verſuche zu erwähnen, die Newton anſtellte, indem er Körper im Waſſer, oder in der Luft ſenkrecht herabfallen ließ, oder Verſuche mit Penduln machte: Verſuche, die alle mit ſeiner Theorie übereinſtimmen. Bei fallenden Körpern entſprach die Zeit ihres Falls aufs genaueſte der Theorie: bei den Penduln leidet die Stange, woran das Gewicht befeſtigt iſt, ſo wie auch das Gewicht ſelbſt einigen Widerſtand, und das leztere theilt noch ohnehin der Flüſſigkeit eine Bewegung mit, die ihren Widerſtand vermehrt. Die Wirkung, welche dieſe Urſachen natürlich hervorbringen, iſt die einzige Abweichung der Verſuche von der Theorie.

§. 27.

Vermöge dieſer beiden Mittel hat unſer Verfaſſer die ſo vielfach unterſuchte Frage entſchieden: ob es in der Natur einen leeren Raum gebe oder nicht? Die Schüler des Ariſtoteles und Descartes haben ſich für das durchaus Volle, die Atomiſten haben ſich für die entgegengeſezte Meinung erklärt. Unſer Verfaſſer hat dieſen langwierigen Streit durch ſeine Unterſuchungen über den Widerſtand der Flüſſigkeiten geendigt, wie wir in dem folgenden Kapitel ſehen werden.

Anmerkungen.

(Zu Seite 31.)

Um die Natur der Bewegung zu begreifen, muß ich erſt, da Bewegung nichts anders iſt, als Veränderung eines Verhältniſſes im Raume, den richtigen Begrif vom (leeren und erfüllten) Raume vorausſchicken.

Die Vorſtellung vom Raume ſezt die Vorſtellung der ſinnlichen Verſchiedenheit voraus. Der Raum iſt keine dem Körper inhärirende Eigenſchaft und kein Verhältniß in demſelben, wie ſchon Kant gegen die Dogmatiker bewieſen hat. Er iſt aber auch keine transzendentale Form der äuſſern Objekte überhaupt, wie es Kant haben will, ſondern er iſt, meiner Meinung nach, die transzendentale Form von der Verſchiedenheit der äuſſern Objekte und wird blos durch eine Illuſion der Einbildungskraft, für eine transzendentale Form der äuſſeren Objekte überhaupt gehalten.

Hier iſt meine Deduktion deſſelben! Es iſt eine bekannte Wirkungsart der Einbildungskraft, daß ſie Vorſtellungen, die ſich urſprünglich auf gewiſſe Objekte beziehen, auf andere überträgt, die mit ihnen in irgend einem Verhältniſſe ſtehen.

Der Raum iſt urſprünglich die Form der Verſchiedenheit der äuſſern (von unſerem Ich und ſeinen Modifikazionen verſchiedenen) Objekte, d. h. wir können uns vermöge der Einrichtung unſerer Natur keine ſinnliche Objekte als verſchieden von uns und von einander vorſtellen, wo wir ſie nicht zugleich im Raume auſſer uns und auſſer einander vorſtellen.

Dieſem zufolge können wir nur verſchiedenartige nicht aber einartige Objekte im Raume vorſtellen.

Ein Fluß z. B. müßte uns daher an ſich als ein einartiges Objekt nicht im Raume erſcheinen. Warum erſcheint er uns aber dennoch im Raume?

Dieſes geſchieht durch die vorerwähnte Wirkungsart der Einbildungskraft; wären keine andere ſinnliche Objekte auſſer dem Fluß anzutreffen, ſo würde er ein Objekt ſeyn das blos im Raume vorgeſtellt werden kann; das aber wirklich nicht im Raume vorgeſtellt wird. Da aber auſſer dem Fluß noch andere Objekte an ſeinem Ufer befindlich ſind, die ſelbſt wegen ihrer Verſchiedenheit im Raume (auſſer dem Fluß und auſſer einander) vorgeſtellt werden, ſo überträgt die Einbildungskraft die Vorſtellung des Raumes von dieſen Objekten auch den damit in eben dem Verhältniß des Raumes (des Auseinanderſeyns) ſtehenden Fluſſes. Wir ſtellen uns ihn daher nicht bloß auſſer den Objekten am Ufer, ſondern wir ſtellen uns ſelbſt ſeine einartige Theile (wegen den verſchiedenen Verhältniſſen derſelben zu den verſchiedenen Objekten) als auſſer einander vor.

Eben ſo iſt auch die Zeit nicht Form der innern Anſchauungen überhaupt, ſondern bloß ihrer Verſchiedenheit. Wo keine Verſchiedenheit der Vorſtellungen unſeres innern Zuſtandes anzutreffen iſt, kann auch keine Zeitfolge ſtatt finden. Aber davon bei einer andern Gelegenheit.

Der Raum kann alſo von uns nicht an ſich, ſondern unmittelbar durch verſchiedenartige und mittelbar durch ſinnliche Objekte überhaupt vorgeſtellt werden.

Der

Der leere Raum iſt gar keine Anſchauung. Wenn wir uns vorſtellen, daß wenn auch alle Dinge in der Welt zernichtet werden, der Raum den ſie jezt ausfüllen dennoch bleiben würde, ſo beruhet dieſes auf einer andern merkwürdigen Illuſion der Einbildungskraft, wodurch ſie das, was von keiner beſondern Bedingung abhängt, mit demjenigen verwechſelt, was von gar keiner Bedingung abhängt. Raum iſt eine Vorſtellung die nicht blos in gewiſſen, ſondern in äuſſern ſinnlichen Objekten überhaupt ſtatt findet. Die Vorſtellung des Raumes wird alſo nicht durch beſondere, ſondern durch ſinnliche Objekte überhaupt beſtimmt. Durch eine Illuſion der Einbildungskraft aber wird die Vorſtellung des Raumes als von ſinnlichen Objekten ganz unabhängig gehalten.

Man hat ſich ſowohl in den ältern als in den neuern Zeiten über den leeren Raum genug geſtritten. Wir wollen ſehen was man bisher für und wider denſelben vorgebracht hatte.

Thales von Milet behauptete die Realität des leeren Raumes, indem er jemanden der ihn fragte: Was iſt das Gröſte in der Welt, zur Antwort gab: Der Raum der alles in ſich faßt. (Erasmi Apophthegm. L. 7. n. 3.) Dieſes behauptete gleichfalls die demokritiſche oder epikuräiſche Schule: wie auch in den neuern Zeiten Gaſſendus.

Auch Ariſtoteles ſoll nach einer Stelle in ſeiner Phyſic 3. Kap. 1. dieſes behauptet haben; wo es heißt: ſine loco et vacuo et tempore impoſſibile eſt motum eſſe.

Vornemlich iſt darüber zwiſchen Leibnitz und Newton geſtritten worden.

Die Beweiſe für den leeren Raum ſind:

1) Im vollen Raum kann keine Bewegung ſtatt finden, ohne daß die Körper ſich einander durchdringen ſollten, welches unmöglich iſt.

2) Wenn die Theile eines feſten Körpers von einander getrennt werden, ſo muß nothwendig in dem Moment der Trennung, ehe ein anderer Körper dazwiſchen kommt, ein leerer Raum entſtehen.

3) Die Kometen laufen verſchiedene Himmelsräume durch, ohne daß irgend etwas ihnen einen merklichen Widerſtand thut. Dieſe Himmelsräume müſſen folglich leer ſeyn.

Unter den Gründen wider die Realität des leeren Raumes führt

H. Kraft (Phyſic. Cap. III. 33.) die Stelle aus dem Ariſtoteles an, wo es heißt: Im leeren Raume findet keine Bewegung ſtatt, weil es darin nichts giebt was oberwärts, unterwärts u. dgl. ſeyn kann.

H. Kraft glaubt, daß dieſe Aeuſſerung des Ariſtoteles der vorerwähnten Aeuſſerung deſſelben geradezu widerſpricht. Dort heißt es: ohne leeren Raum kann keine Bewegung ſtatt finden und hier heißt es, im leeren Raume kann keine Bewegung ſtatt finden.

Aber eben da wo H. Kraft im Ariſtoteles einen Widerſpruch zu finden glaubt, finde ich in ihm den großen Philoſophen. In jener Stelle ſpricht Ariſtoteles von der nothwendigen Vorausſetzung des Daſeyns vom leeren Raume an ſich, er mag übrigens für uns als Objekt erkennbar ſeyn oder nicht, weil ohne dem Bewegung, deren Exiſtenz als Faktum unbezweifelt iſt, nicht daſeyn könnte. In dieſer Stelle hingegen ſpricht er nicht vom Daſeyn des leeren Raumes an ſich, ſondern von der unmöglichen Erkennbarkeit deſſelben für uns, d. h. von der Unmöglichkeit

lichkeit ſeiner Darſtellung, und behauptet daher, daß wir uns die Bewegung nicht in Beziehung auf den abſoluten leeren Raum, ſondern blos in Beziehung auf einen jeden angenommenen relativen Raum vorſtellen müſſen, wenn Bewegung für uns erkennbar ſeyn ſoll; weil im leeren Raume keine beſtimmte von einander unterſchiedene Punkte anzutreffen ſind, in Beziehung auf welche die Bewegung für uns erkennbar ſeyn könnte. Wo iſt hier alſo der Widerſpruch? Ohne leeren Raum könnte der Begriff von Bewegung zwar in pleno dargeſtellt (indem man ſich vorſtellte, daß ein Körper A erſt nach B, dann nach C u. ſ. w. gelange) wirklich aber könnte ſie nicht ſtatt finden. Dahingegen im leeren Raume allerdings Bewegung ſtatt finden kann; ſie kann aber nicht von uns durch irgend ein Merkmal erkannt werden.

Nach meiner Dedukzion des Raumes iſt der leere Raum nicht wirklich, ja wir haben von ihm, als Objekt nicht einmal einen reellen Begriff. Alle von uns erkennbare Bewegung iſt blos relativ. Der Begriff einer abſoluten Bewegung beruhet auf eben der Illuſion als der, des abſoluten (leeren Raumes, nämlich auf der Verwechslung der beiden des Abſoluten) des von keiner beſondern Bedingung abhängenden mit dem von gar keiner Bedingung abhängenden. Ein Schiff ſtößt vom Ufer in die See, wir legen dem Schiffe eine abſolute, dem Ufer aber eine blos relative Bewegung bei, warum? weil das Schiff nicht blos in Beziehung auf das Ufer, ſondern auch in Beziehung auf andere Gegenſtände, das Ufer hingegen blos in Beziehung auf das Schiff den Ort verändert hat, nicht aber weil das Schiff in gar keiner Beziehung ſeinen Ort verändert, denn woher wiſſen wir dieſes? und welchen beſtimmten Begriff können

wir

wir uns von Veränderung des Ortes in gar keiner Beziehung machen? (Siehe mein philoſophiſches Wörterbuch. Art. Fikzion.)

S. 37. Die Theorie der zuſammengeſezten Bewegung iſt in der Neutonianiſchen Philoſophie von großer Wichtigkeit. Es verlohnet ſich alſo der Mühe daß wir uns bei ihrer Vorſtellung ein wenig aufhalten. Zur Begreiflichmachung einer Wirkung iſt es nicht hinreichend wenn man zeigt, daß ihr Begriff keinen Widerſpruch enthält. Dieſe iſt blos die logiſche Möglichkeit von der Denkbarkeit dieſer Wirkung überhaupt, die conditio ſine qua non; man muß noch auſſerdem ihre objektive Möglichkeit, d. h. daß dieſe Wirkung einem reellen Objekt zukomme, und dadurch als ein reelles Objekt ſelbſt, von uns erkannt werden kann, zeigen. Ja es iſt nicht einmal dazu hinreichend, daß man die Urſache dieſer Wirkung angiebt, wo man nicht vorher die objektive Möglichkeit der Wirkung an ſich dargethan hatte.

Die äuſſere Möglichkeit eines Objekts (ſeine Verknüpfung mit andern Objekten nach Naturgeſezzen) ſezt ſeine innere Möglichkeit an ſich ſchon voraus.

Es iſt alſo zur Begreiflichmachung einer zuſammengeſezten Bewegung nicht hinreichend, wenn man ſagt ſie entſtehet dadurch: daß verſchiedene bewegende Kräfte auf eben denſelben Körper zugleich wirken. Dadurch ſagt man nichts mehr, als daß verſchiedene Urſachen verſchiedene Wirkungen, und wenn ſie zugleich wirken, eine zuſammengeſezte Wirkung hervorbringen.

Die Frage aber: wie iſt dieſes begreiflich, daß ein Körper verſchiedene abſolute Bewegungen zu eben derſelben Zeit haben ſoll, iſt undenkbar. Gleiche Eindrücke nach entgegengeſezten Richtungen heben ſich einan-

einander wechſelſeitig auf, woraus gar keine Bewegung entſpringen kann. Aber eben ſo wenig wenn ſie nicht ganz nach entgegengeſezten Richtungen geſchehen, ſondern einen Winkel mit einander machen. Denn die Bewegung in der kleinſten Zeit kann nicht anders als nach einer (der Richtung nach) beſtimmten geraden Linie vorgeſtellt werden. Soll ein Körper verſchiedenen Bewegungen folgen, ſo kann dieſes nicht zu eben derſelben Zeit, ſondern in einer Zeitfolge geſchehen. Die Zeiten worin dieſe verſchiedene Bewegungen geſchehen können, mögen ſo klein angenommen werden als man will, ſo ſind ſie doch immer verſchiedene Zeiten. In einer krumlinichten Bewegung (wie die der Himmelskörper) werden dieſe verſchiedene Zeiten als unendlich klein angenommen; und doch können dieſe unendlich kleine Zeiten ſelbſt von verſchiedener Größe ſeyn (wie z. B. in der ellyptiſchen Bewegung, wo in der Gegend der größern Krümmung die den verſchiedenen Bewegungen zugehörige Zeit kleiner als in der Gegend der kleinern Krümmung angenommen werden muß.)

Dahingegen kann ein Körper mehrere ja ſogar unendliche relative Bewegungen zu gleicher Zeit haben. Man ſtelle ſich einen Zirkel vor, in deſſen Mittelpunkt ein Körper befindlich iſt, und nehme an ſo viele Menſchen als man will die ſich zu gleicher Zeit von der Peripherie nach dem Mittelpunkt zu bewegen, ſo wird der darin befindliche Körper ſo viele relative Bewegungen zu gleicher Zeit haben, als die angenommene Anzahl ſich nach ihm bewegender Menſchen iſt. Aber alle dieſe relative Bewegungen machen nicht (wie zu einer zuſammengeſezten Bewegung erforderlich iſt) eine einzige aus, ſondern eine jede derſelben iſt an ſich vorſtellbar.

Einige Neutonianer, wie z. B. Maclaurin ſuchen die Natur einer zuſammengeſezten Bewegung dadurch begreiflich zu machen, daß ſie die eine Bewegung dem Körper an ſich, die andere aber einem andern Körper mit dem er in Verbindung ſtehet, beilegen, und die er wegen dieſer Verbindung, gleichfalls annehmen muß. Wie wenn z. B. die Fläche L. I. G. H. ſich gleichförmig nach der Richtung und mit der Geſchwindigkeit A. B. und der Körper A. ſich durch ſeine eigene Bewegung zu gleicher Zeit nach der Richtung und mit der Geſchwindigkeit A. D. bewegt, ſo muß der Körper durch dieſe zuſammengeſezte Bewegung die Linie A. C. (als die diagonale des Parallelograms A. B. C. D.) beſchreiben. Oder wenn eine Kugel ſich auf einem ſteifen Drathe bewegt, während daß dieſer ſelbſt ſich in einer mit ſelbſt parallellen Richtung bewegt. u. dgl.

Aber dieſe Vorſtellungsart widerſpricht ſich ſelbſt, denn iſt der in einer zuſammengeſetzten Bewegung zu bewegende Körper mit dem andern nicht ſo in Verbindung, daß er, als ein Theil deſſelben ſeiner Bewegung folgen muß, ſo wird er bloß ſeine eigene Bewegung behalten. Iſt er aber mit ihm in einer ſolchen Verbindung, ſo kann er nicht zugleich eine eigene von jener verſchiedene Bewegung haben, der Körper muß alſo ſukzeſſiv in Verbindung und auſſer Verbindung mit dem andern geſezt werden. Aber alsdenn geſchehen die verſchiedene Bewegungen nicht zu gleicher Zeit, und machen in der That keine zuſammengeſezte Bewegung aus; auſſer wenn man, wie ſchon oben bemerkt worden, die den verſchiedenen Bewegungen zugehörigen verſchiedenen Zeiten unendlich klein annimmt. Aber alsdenn iſt die Vorſtellung einer zuſammengeſetzten Bewegung eine bloße Idee oder

Fik-

Fikzion, wozu man ſich in der Darſtellung immer nähern, die man aber nie völlig erreichen kann.

Es bleibt alſo nur eine einzige mögliche Konſtrukzion einer zuſammengeſezten Bewegung übrig; wenn man nämlich dem Körper eine abſolute und eine relative Bewegung beibringt, wie wenn z. B. der Körper A. ſich abſolut (durch eine ihm mitgetheilte Kraft) von A. nach D. bewegt, während daß die Fläche E I G H ſich nach der perpendikulären Richtung von B nach A, folglich der Körper A in Anſehung ihrer ſich von A nach B bewegt; der Körper A wird hier in keiner phyſiſchen, ſondern in einer bloß idealiſchen Verbindung mit der Fläche geſezt. Er hat nur eine abſolute Bewegung. Die andere aber iſt bloß relativ. (Man vergleiche dieſes mit Kants Methaphyſik der Natur. 13.) Hier ſind ſeine eigene Worte: „Den Begriff einer zuſammengeſezten Bewegung konſtruiren heißt eine Bewegung, ſo fern ſie aus zweyen oder mehreren gegebenen in einem Beweglichen vereinigt entſpringt, a priori in der Anſchauung darſtellen.

Zur Konſtruktion der Begriffe wird erfordert: daß die Bedingung ihrer Darſtellung nicht von der Erfahrung entlehnt ſey, alſo auch nicht gewiſſe Kräfte vorausſezze, deren Exiſtenz nur von der Erfahrung abgeleitet werden kann, oder überhaupt, daß die Bedingung der Konſtruktion nicht ſelbſt ein Begriff ſeyn müſſe, der gar nicht a priori in der Anſchauung gegeben werden kann, wie z. B. der von Urſache und Wirkung, Handlung und Widerſtand ꝛc.

Hier iſt nun vorzüglich zu bemerken, daß Phoronomie durchaus zuerſt Konſtruktion der Bewegungen überhaupt als Größen, und da ſie die Materie blos als etwas bewegliches, mithin an welchem gar auf keine Größe derſelben Rückſicht genommen wird, zum

Gegen-

Gegenſtande hat, dieſe Bewegung allein als Größen, ſowohl ihrer Geſchwindigkeit als Richtung nach; und zwar ihrer Zuſammenſezzung nach a priori zu beſtimmen habe. Denn ſo viel muß gänzlich a priori und zwar anſchauend zum Behuf der angewandten Mathematik ausgemacht werden. Denn die Regeln der Verknüpfung der Bewegungen durch phyſiſche Urſachen, d. i. Kräfte, laſſen ſich, ehe die Grundſätze ihrer Zuſammenſetzung überhaupt vorher rein mathematiſch zum Grund gelegt worden, niemals gründlich vortragen.

Eine jede Bewegung, als Gegenſtand einer möglichen Erfahrung, kann nach Belieben, als Bewegung des Körpers in einem ruhigen Raume, oder als Ruhe des Körpers, und dagegen Bewegung des Raumes in entgegengeſezter Richtung mit gleicher Geſchwindigkeit angeſehen werden.

Von der Bewegung eines Körpers eine Erfahrung zu machen, dazu wird erfordert, daß nicht allein der Körper, ſondern auch der Raum, darin er ſich bewegt, Gegenſtände der äuſſern Erfahrung, mithin materiell ſeyn. Eine abſolute Bewegung alſo, d. i. in Beziehung auf einen nicht materiellen Raum, iſt gar keiner Erfahrung fähig und für uns alſo nichts (wenn man gleich einräumen wollte, der abſolute Raum ſey an ſich etwas). Aber auch in aller relativen Bewegung kann der Raum ſelbſt, weil er als materiell angenommen wird, wiederum als ruhig oder bewegt vorgeſtellt werden. Das erſtere geſchieht, wenn mir über den Raum, in Beziehung auf welchen ich einen Körper als bewegt anſehe, kein mehr erweiterter und ihn einſchlieſſender gegeben iſt, (wie wenn ich in der Kajüte eines Schiffs eine Kugel auf dem Tiſche bewegt ſehe): das zweyte, wenn mir über

dieſen

dieſen Raum hinaus noch ein anderer Raum, der ihn einſchließt, (wie im genannten Falle das Ufer des Fluſſes) gegeben iſt, da ich denn in Anſehung des lezteren den nächſten Raum (die Kajüte) als bewegt und den Körper ſelbſt allenfalls als ruhig anſehen kann. Da es nun ſchlechterdings unmöglich iſt, von einem empiriſch gegebenen Raume, wie erweitert er auch ſey, auszumachen, ob er nicht in Anſehung eines in einem noch größeren Umfange ihn einſchlieſſenden Raumes ſelbſt wiederum bewegt ſey, oder nicht, ſo muß es aller Erfahrung und jeder Folge aus der Erfahrung völlig einerley ſeyn, ob ich einen Körper als bewegt, oder ihn als ruhig, den Raum aber in entgegengeſezter Richtung mit gleicher Geſchwindigkeit bewegt anſehen will. Noch mehr; da der abſolute Raum für alle mögliche Erfahrung nichts iſt, ſo ſind auch die Begriffe einerley, ob ich ſage: ein Körper bewegt ſich in Anſehung dieſes gegebenen Raumes in dieſer Richtung mit dieſer Geſchwindigkeit, oder ob ich ihn mir als ruhig denken, und dem Raum alles, aber in entgegengeſezter Richtung, beilegen will. Denn ein jeder Begriff iſt mit denjenigen, von deſſen Unterſchiede vom erſteren gar kein Beyſpiel möglich iſt, völlig einerley und nur in Beziehung auf die Verknüpfung, die wir ihm im Verſtande geben wollen, verſchieden.

Auch ſind wir gar nicht im Stande, in irgend einer Erfahrung einen feſten Punkt anzugeben, in Beziehung auf welchen, was Bewegung und Ruhe abſolut heiſſen ſollte, beſtimmt würde; denn alles, was uns auf die Art gegeben wird, iſt materiell, alſo auch beweglich, und (da wir im Raume keine äuſſerſte Gränze möglicher Erfahrung kennen,) vielleicht auch wirklich bewegt, ohne daß wir dieſe Bewegung

woran wahrnehmen können. — Von dieſer Bewegung eines Körpers im empiriſchen Raume kann ich nun einen Theil der gegebenen Geſchwindigkeit dem Körper, den andern dem Raume, aber in entgegengeſezter Richtung geben, und die ganze mögliche Erfahrung in Anſehung der Folgen dieſer zwey verbundenen Bewegungen iſt völlig einerley mit derjenigen, da ich den Körper mit der ganzen Geſchwindigkeit allein bewegt, oder ihn als ruhig und den Raum mit derſelben Geſchwindigkeit in entgegengeſezter Richtung bewegt denke. Ich nehme hier aber alle Bewegungen als geradelinigt an. Denn, was die krumlinigte betrift, da es nicht in allen Stücken einerley iſt, ob ich den Körper (z B. die Erde in ihrer täglichen Umdrehung) als bewegt und den umgebenden Raum (den beſtirnten Himmel) als ruhig, oder dieſen als bewegt und jenen als ruhig anzuſehen befugt bin, davon wird in der Folge beſonders gehandelt werden. In der Phoronomie alſo, wo ich die Bewegung eines Körpers nur mit dem Raume, (auf deſſen Ruhe oder Bewegung jener gar keinen Einfluß hat,) in Verhältniß betrachte, iſt es an ſich ganz unbeſtimmt und beliebig, ob und wie viel ich Geſchwindigkeit dem einen oder dem andern von der gegebenen Bewegung beylegen will; künftig in der Mechanik, da ein bewegter Körper in wirkſamer Beziehung auf andere Körper im Raume ſeiner Bewegung betrachtet werden ſoll, wird dieſes nicht mehr ſo völlig einerley ſeyn, wie es an ſeinem Orte gezeigt werden ſoll.

Die Zuſammenſezzung der Bewegung iſt die Vorſtellung der Bewegung eines Punkts als einerley mit zweyen oder mehreren Bewegungen deſſelben zuſammen verbunden.

In der Phoronomie, da ich die Materie durch keine andere Eigenſchaft als ihre Beweglichkeit kenne, mithin ſie ſelbſt nur als einen Punkt betrachten darf, kann die Bewegung nur als Beſchreibung eines Raumes betrachtet werden, doch ſo, daß ich nicht blos, wie in der Geometrie, auf den Raum, der beſchrieben wird, ſondern auch auf die Zeit darin, mithin auf die Geſchwindigkeit, womit ein Punkt den Raum beſchreibt, Acht habe. Phoronomie iſt alſo die reine Größenlehre (Matheſis) der Bewegungen.

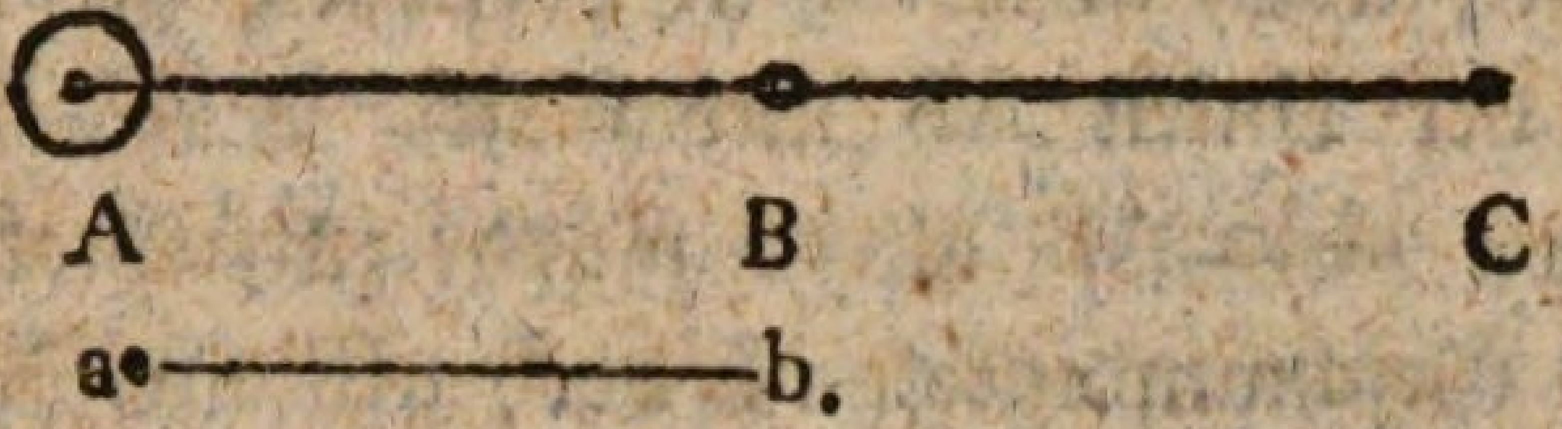
Der beſtimmte Begriff von einer Größe iſt der Begriff der Erzeugung der Vorſtellung eines Gegenſtandes durch die Zuſammenſezzung des gleichartigen. Da nun der Bewegung nichts gleichartig iſt, als wiederum Bewegung, ſo iſt die Phoronomie eine Lehre der Zuſammenſezzung der Bewegungen eben deſſelben Punkts nach ihrer Richtung und Geſchwindigkeit, d. i. die Vorſtellung einer einzigen Bewegung, als einer ſolchen, die zwey und ſo mehrere Bewegungen zugleich in ſich enthält, oder zweyer Bewegungen eben deſſelben Punkts zugleich, ſo ferne ſie zuſammen eine ausmachen, d. i. mit dieſer einerley ſind, und nicht etwa ſo fern ſie die leztere, als Urſachen ihre Wirkung, hervorbringen. Um die Bewegung zu finden, die aus der Zuſammenſezzung von mehreren, ſo viel man will, entſpringt, darf man nur, wie bei aller Größenerzeugung, zuerſt diejenige ſuchen, die unter gegebenen Bedingungen aus zweyen zuſammengeſezt iſt; darauf dieſe mit einer dritten verbunden u. ſ. w. Folglich läßt die Lehre der Zuſammenſezzung aller Bewegungen ſich auf die von zweyen zurückführen. Zwey Bewegungen aber eines und deſſelben Punkts, die zugleich an demſelben angetroffen werden, können auf zwiefache Weiſe unterſchieden ſeyn, und, als

ſolche, auf dreyfache Art an ihm verbunden werden. Erſtlich geſchehen ſie entweder in einer und derſelben Linie, oder in verſchiedenen Linien zugleich; die leztere ſind Bewegungen, die einen Winkel einſchlieſſen. Die ſo in einer und derſelben Linie geſchehen, ſind nur der Richtung nach entweder einander entgegengeſezt, oder halten einerley Richtung. Da alle dieſe Bewegungen als zugleich geſchehend betrachtet werden, ſo ergiebt ſich aus dem Verhältniß der Linien, d. i. der beſchriebenen Räume der Bewegung, in gleicher Zeit, ſo fort auch das Verhältniß der Geſchwindigkeit. Alſo ſind der Fälle drey. 1) Da zwey Bewegungen (ſie mögen von gleichen oder ungleichen Geſchwindigkeiten ſeyn) in einem Körper in derſelben Richtung verbunden, eine daraus zuſammengeſezte Bewegung ausmachen ſollen. 2) Da zwey Bewegungen deſſelben Punkts (von gleicher oder ungleicher Geſchwindigkeit) in entgegengeſezter Richtung verbunden durch ihre Zuſammenſezzung eine dritte Bewegung in derſelben Linie ausmachen ſollen. 3) Da zwey Bewegungen eines Punkts, mit gleichen oder ungleichen Geſchwindigkeiten, aber in verſchiedenen Linien, die einen Winkel einſchlieſſen, als zuſammengeſezt betrachtet werden.

Die Zuſammenſezzung zweyer Bewegungen eines und deſſelben Punkts kann nur dadurch gedacht werden, daß die eine derſelben im abſoluten Raume, ſtatt der andern aber eine mit der gleichen Geſchwindigkeit in entgegengeſezter Richtung geſchehende Bewegung des relativen Raums, als mit derſelben einerley, vorgeſtellt wird.

Erſter Fall.

Da zwey Bewegungen in eben derſelben Linie und Richtung einem und demſelben Punkte zugleich zukommen.



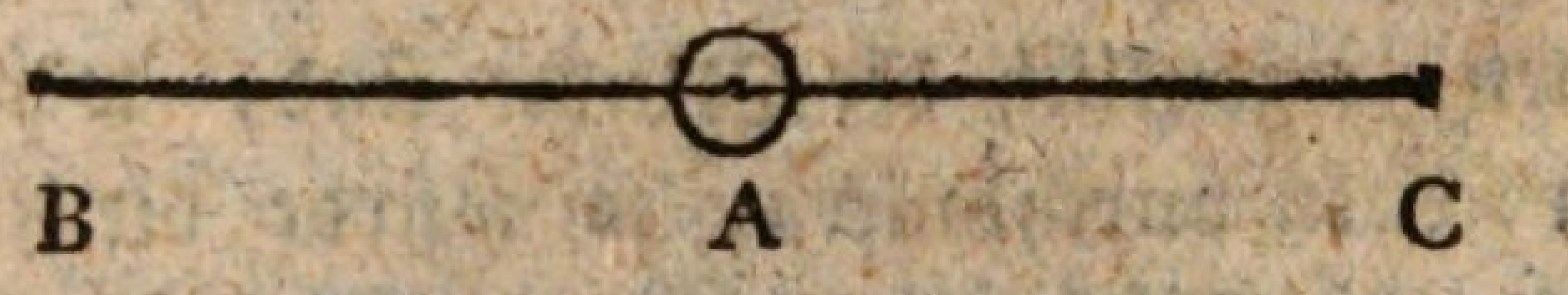
Es ſollen in einer Geſchwindigkeit der Bewegung zwei Geſchwindigkeiten AB und ab als enthalten vorgeſtellt werden. Man nehme dieſe Geſchwindigkeiten für diesmal als gleich an, ſo daß AB=ab iſt, ſo ſage ich, ſie können in einem und demſelben Raum, (dem abſoluten oder dem relativen) an demſelben Punkte nicht zugleich vorgeſtellt werden. Denn, weil die Linien AB und ab, welche die Geſchwindigkeiten bezeichnen, eigentlich die Räume ſind, welche ſie in gleichen Zeiten durchlaufen, ſo würde die Zuſammenſezzung dieſer Räume AB und ab=BC mithin die Linie AC als die Summe der Räume, die Summe beider Geſchwindigkeiten ausdrücken müſſen. Aber die Theile AB und BC ſtellen jede für ſich, nicht die Geſchwindigkeit =ab vor, denn ſie werden nicht in gleicher Zeit wie ab zurückgelegt. Alſo ſtellt auch die doppelte Linie AC, die in derſelben Zeit zurückgelegt wird, wie die Linie ab, nicht die zwiefache Geſchwindigkeit der leztern vor, welches doch verlangt wurde. Alſo läßt ſich die Zuſammenſezzung zweyer Geſchwindigkeiten in einer Richtung in demſelben Raume nicht anſchaulich darſtellen.

Dagegen, wenn der Körper A mit der Geſchwindigkeit AB im abſoluten Raume als bewegt vorgeſtellt wird

wird, und ich gebe überdem dem relativen Raume eine Geſchwindigkeit ab=AB in entgegengeſezter Richtung ba=CB, ſo iſt dieſes eben daſſelbe, als ob ich die leztere Geſchwindigkeit dem Körper in der Richtung AB ertheilt hätte (Grundſaz 1.) Der Körper bewegt ſich aber alsdenn in derſelben Zeit durch die Summe der Linien AB und BC= 2 ab, in welcher er die Linie ab=AB allein würde zurückgelegt haben, und ſeine Geſchwindigkeit iſt doch als die Summe der zweyen gleichen Geſchwindigkeiten AB und ab vorgeſtellt, welches das iſt, was verlangt wurde.

Zweyter Fall.

Da zwey Bewegungen in gerade entgegengeſezten Richtungen an einem und demſelben Punkte ſollen verbunden werden.



Es ſey AB die eine dieſer Bewegungen und AC die andere in entgegengeſezter Richtung, deren Geſchwindigkeit wir hier den erſten gleich annehmen wollen: ſo würde der Gedanke ſelbſt, zwei ſolche Bewegungen in einem und demſelben Raume an eben demſelben Punkte als zugleich vorzuſtellen, mithin der Fall einer ſolchen Zuſammenſezzung der Bewegungen ſelbſt unmöglich ſeyn, welches der Vorausſezzung zuwider iſt.

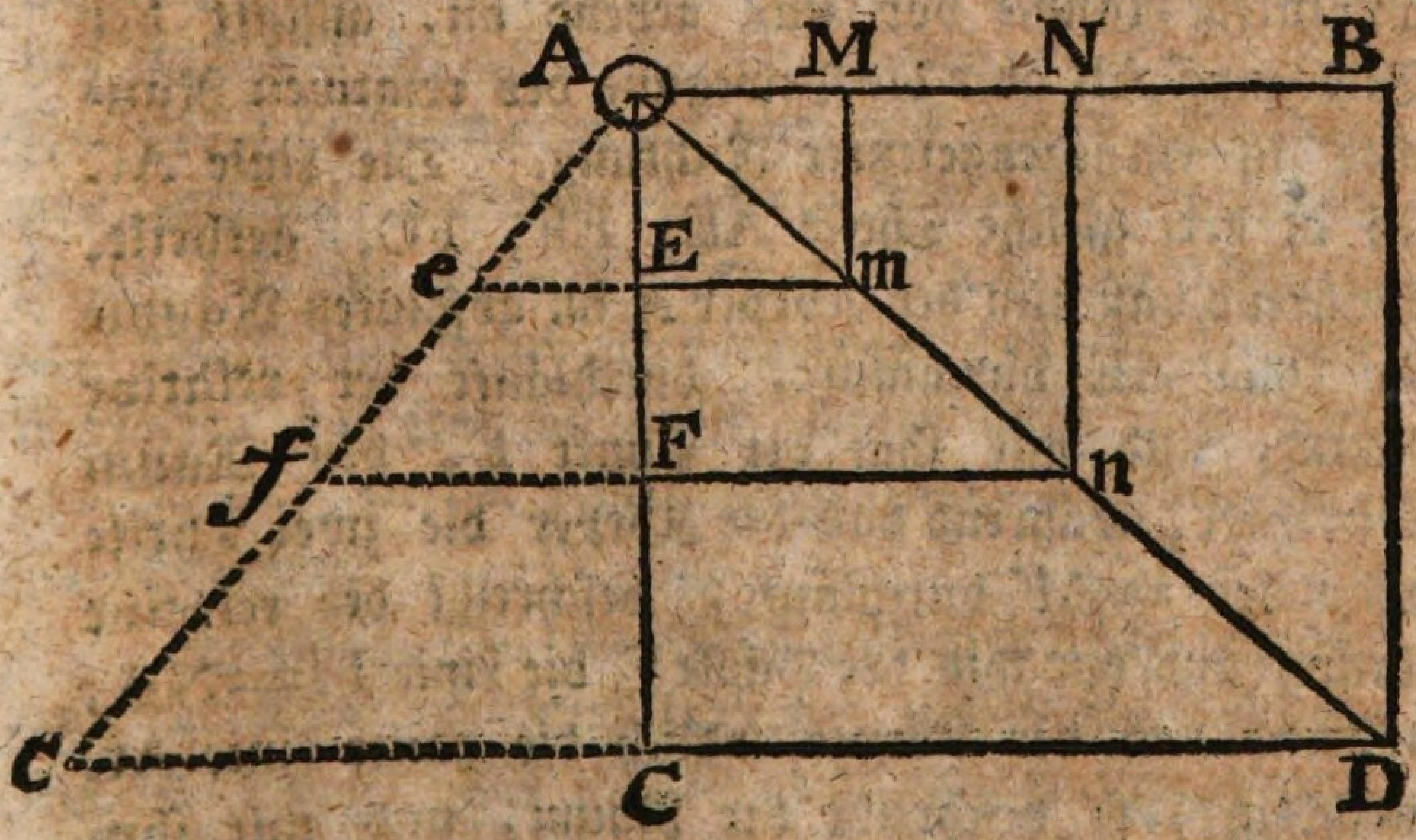
Dagegen denket euch die Bewegung AB im abſoluten Raume, ſtatt der Bewegung AC aber in demſelben abſoluten Raume, die entgegengeſezte CA des relativen Raumes mit eben derſelben Geſchwindigkeit,

die

die (nach Grundſatz 1) der Bewegung AC völlig gleich gilt und alſo gänzlich an die Stelle derſelben geſetzt werden kann: ſo laſſen ſich zwei gerade entgegengeſetzte und gleiche Bewegungen deſſelben Punkts zu gleicher Zeit gar wohl darſtellen. Weil nun der relative Raum mit derſelben Geſchwindigkeit CA=AB in derſelben Richtung mit dem Punkte A bewegt iſt, ſo verändert dieſer Punkt, oder der in ihm befindliche Körper, in Anſehung des relativen Raumes ſeinen Ort nicht, d. i. ein Körper, der nach zwei einander gerade entgegengeſetzten Richtungen mit gleicher Geſchwindigkeit bewegt wird, ruhet, oder, allgemein ausgedrückt: ſeine Bewegung iſt der Differenz der Geſchwindigkeiten in der Richtung der größeren gleich, (welches ſich aus dem Bewieſenen leicht folgern läßt.)

Dritter Fall.

Da zwei Bewegungen eben deſſelben Punkts, nach Richtungen, die einen Winkel einſchließen, verbunden vorgeſtellt werden.



Die zwei gegebenen Bewegungen ſind AB und AC, deren Geſchwindigkeit und Richtungen durch dieſe Linien, der Winkel aber, den die letztere einſchließen, durch BAC ausgedrückt wird, (er mag, wie hier, ein rechter, oder auch ein jeder beliebiger ſchiefer Winkel ſeyn.) Wenn nun dieſe zwei Bewegungen zugleich in den Richtungen AB und AC und zwar in einem und demſelben Raume geſchehen ſollen: ſo würde ſie doch nicht in dieſen beiden Linien AB und AC zugleich geſchehen können, ſondern nur in Linien, die dieſen parallel laufen. Es würde alſo angenommen werden müſſen: daß eine dieſer Bewegungen in der anderen eine Veränderung (nämlich die Abbringung von der gegebenen Bahn) wirkte, wenn gleich beiderſeits Richtungen dieſelbe blieben. Dieſes iſt aber der Vorausſetzung des Lehrſatzes zuwider, welcher unter dem Worte Zuſammenſetzung andeutet: daß beide gegebene Bewegungen in einer dritten enthalten, mithin mit dieſer einerlei ſeyn, und nicht, daß indem eine die andere verändert, ſie eine dritte hervorbringen.

Dagegen nehme man die Bewegung AC als im abſoluten Raume vor ſich gehend an, anſtatt der Bewegung AB aber die Bewegung des relativen Raumes in entgegengeſetzter Richtung. Die Linie AC ſey in drei gleiche Theile AE, EF, FC, getheilt. Während daß nun der Körper A im abſoluten Raume die Linie AE durchläuft, durchläuft der relative Raum, und mit ihm der Punkt E, den Raum Ee=MA, während daß der Körper die zwei Theile zuſammen =AF durchläuft, beſchreibt der relative Raum, und mit ihm der Punkt F, die Linie Ff=NA; während daß der Körper endlich die ganze Linie AC durchläuft, ſo beſchreibt der Raum, und mit ihm

der Punkt C, die Linie Ce=BA: welches alles eben daſſelbe iſt, als ob der Körper A in dieſen drei Zeittheilen die Linien Em, Fn, und CD=AM, AN, AB und in der ganzen Zeit, darinn er AC durchläuft, die Linie CD=AB durchlaufen hätte. Alſo iſt er im letzten Augenblicke im Punkte D und in dieſer ganzen Zeit nach und nach in allen Punkten der Diagonallinie AD, welche alſo ſo wohl die Richtung, als Geſchwindigkeit der zuſammengeſetzten Bewegung ausdrückt. —

Die geometriſche Konſtruktion erfodert, daß eine Größe mit der andern, oder zwei Größen in der Zuſammenſetzung mit einer dritten einerlei ſeyn, nicht daß ſie als Urſachen die dritte hervorbringen, welches mechaniſche Konſtruktion ſeyn würde. Die völlige Aehnlichkeit und Gleichheit, ſo fern ſie nur in der Anſchauung erkannt werden kann, iſt die Kongruenz. Alle geometriſche Konſtruktion der völligen Identität beruht auf Kongruenz. Dieſe Kongruenz zweier zuſammenverbundenen Bewegungen mit einer dritten (als dem motu compoſito ſelbſt) kann nun niemals ſtatt haben, wenn jene beide in einem und demſelben Raume z. B. dem relativen vorgeſtellt werden. Daher ſind alle Verſuche, obigen Lehrſatz in ſeinen drei Fällen zu beweiſen, immer nur mechaniſche Auflöſungen geweſen, da man nämlich bewegende Urſachen durch die eine gegebene Bewegung mit einer andern verbunden eine dritte hervorbringen ließ, nicht aber Beweiſe, daß jene mit dieſer einerlei ſind, und ſich, als ſolche, in der reinen Anſchauung a priori darſtellen laſſen.

Wenn z. B. eine Geſchwindigkeit AB doppelt genannt wird: ſo kann darunter nichts anders verſtanden werden, als daß ſie aus zwei einfachen und gleichen AB und BC (ſiehe Fig. 1) beſtehe. Erklärt

man aber eine doppelte Geſchwindigkeit dadurch, daß man ſagt, ſie ſey eine Bewegung, dadurch in derſelben Zeit ein doppelt ſo großer Raum zurückgelegt wird, ſo wird hier etwas angenommen, was ſich nicht von ſelbſt verſteht, nämlich: daß ſich zwei gleiche Geſchwindigkeiten eben ſo verbinden laſſen, als zwei gleiche Räume, und es iſt nicht für ſich klar, daß eine gegebene Geſchwindigkeit aus kleinern und eine Schnelligkeit aus Langſamkeiten eben ſo beſtehe, wie ein Raum aus kleineren; denn die Theile der Geſchwindigkeit ſind nicht auſſerhalb einander, wie die Theile des Raumes, und wenn jene als Größe betrachtet werden ſoll, ſo muß der Begriff ihrer Größe, da ſie intenſiv iſt, auf andre Art konſtruirt werden, als der in der extenſiven Größe des Raumes. Dieſe Konſtruktion iſt aber auf keine andere Art möglich, als durch die mittelbare Zuſammenſetzung zweier gleichen Bewegungen, deren eine die des Körpers, die andere des relativen Raumes in entgegengeſetzter Richtung, aber eben darum mit einer ihr gleichen Bewegung des Körpers in der vorigen Richtung völlig einerlei iſt. Denn in derſelben Richtung laſſen ſich zwei gleiche Geſchwindigkeiten in einem Körper gar nicht zuſammenſetzen, als nur durch äuſſere bewegende Urſachen, z. B. ein Schiff, welches den Körper mit einer dieſer Geſchwindigkeiten trägt, indeſſen daß eine andere mit dem Schiffe unbeweglich verbundene bewegende Kraft dem Körper die zweite, der vorigen gleiche, Geſchwindigkeit eindrückt; wobei doch immer vorausgeſetzt werden muß: daß der Körper ſich mit der erſten Geſchwindigkeit in freier Bewegung erhalte, indem die zweite hinzu kommt, welches ein Naturgeſetz bewegender Kräfte iſt, wovon gar nicht die Rede ſeyn kann, wenn die Frage lediglich iſt, wie der Begriff

griff der Geſchwindigkeit als eine Größe konſtruirt werde. So viel von der Hinzuthuung der Geſchwindigkeiten zu einander. Wenn aber von der Abziehung einer von der andern die Rede iſt, ſo läßt ſich zwar dieſe letztere leicht denken, wenn einmal die Möglichkeit einer Geſchwindigkeit als Größe durch Hinzuthuung eingeräumt worden, aber jener Begriff läßt ſich nicht ſo leicht konſtruiren. Denn zu dem Ende müſſen zwei entgegengeſetzte Bewegungen in einem Körper verbunden werden; aber wie ſoll dieſes geſchehen? Unmittelbar d. i. in Anſehung eben deſſelben ruhenden Raumes iſt es unmöglich, ſich zwei gleiche Bewegungen in entgegengeſetzter Richtung an demſelben Körper zu denken; aber die Vorſtellung der Unmöglichkeit dieſer beiden Bewegungen in einem Körper iſt nicht der Begriff von der Ruhe deſſelben, ſondern der Unmöglichkeit der Konſtruktion dieſer Zuſammenſetzung entgegengeſetzter Bewegungen, die doch im Lehrſatz als möglich angenommen wird. Dieſe Konſtruktion iſt aber nicht anders möglich, als durch die Verbindung der Bewegung des Körpers mit der Bewegung des Raumes, wie gewieſen worden. Endlich was die Zuſammenſetzung zweier Bewegungen, deren Richtung einen Winkel einſchließt, betrift, ſo läßt ſie ſich an dem Körper in Beziehung auf einen und denſelben Raum gleichfalls nicht denken, wenn man nicht gar eine derſelben durch äuſſere kontinuirliche einflieſſende Kraft (z. E. ein den Körper forttragendes Fahrzeug) gewirkt, die andere als ſich ſelbſt hiebei unverändert erhaltend, annimmt, oder überhaupt, man muß bewegende Kräfte und Erzeugung einer dritten Bewegung aus zwei vereinigten Kräften zum Grunde legen, welches zwar die mechaniſche Ausführung deſſen was ein Begriff enthält aber nicht die mathematiſche

Kon-

Konſtruktion derſelben iſt, die nur anſchaulich machen ſoll, was das Objekt (als quantum) ſey; nicht wie es durch Natur oder Kunſt vermittelſt gewiſſer Werkzeuge und Kräfte hervorgebracht werden könne. Die Zuſammenſetzung der Bewegung, um ihr Verhältniß zur andern als Größe zu beſtimmen, muß nach den Regeln der Kongruenz geſchehn, welches in allen dreien Fällen nur mittelſt der Bewegung des Raums, die mit einer der zwei gegebenen Bewegungen kongruirt, und dadurch beide mit der zuſammengeſetzten kongruiren, möglich iſt.

Zum dritten Geſetz der Bewegung. S. 37.

Kant beweißt dieſes Geſetz durch eine Konſtruktion a priori. Hier ſind ſeine eigenen Worte (Metaph. der Naturwiſſenſchaft. 12. d.)

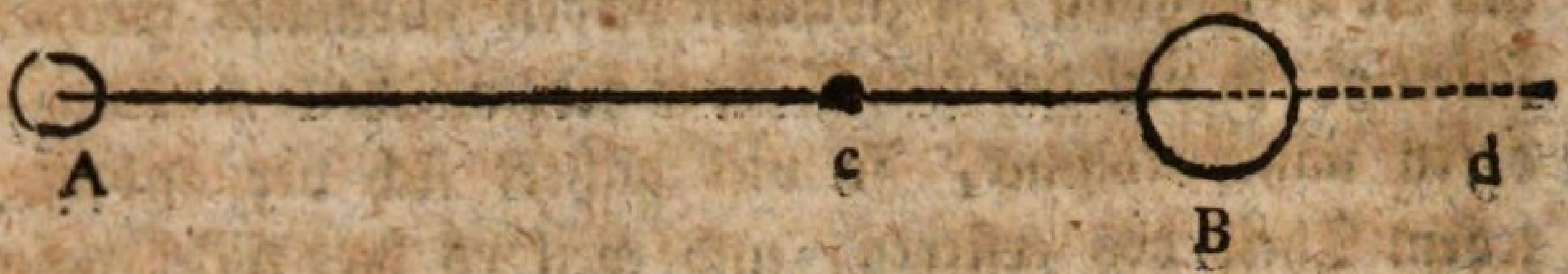
„In aller Mittheilung der Bewegung ſind Wirkung und Gegenwirkung einander jederzeit gleich.

(Aus der allgemeinen Metaphyſik muß der Satz entlehnt werden, daß alle äußere Wirkung in der Welt Wechſelwirkung ſey. Hier ſoll, um in den Schranken der Mechanik zu bleiben, nur gezeigt werden, daß dieſe Wechſelwirkung (actio mutua) zugleich Gegenwirkung (reactio) ſey; allein ich kann, ohne der Vollſtändigkeit der Einſicht Abbruch zu thun, jenes metaphyſiſche Geſetz der Gemeinſchaft hier doch nicht ganz weglaſſen.) Alle thätige Verhältniſſe der Materien im Raume und alle Veränderungen dieſer Verhältniſſe, ſo fern ſie Urſachen von gewiſſen Wirkungen ſeyn können, müſſen jederzeit als wechſelſeitig vorgeſtellt werden, d. i. weil alle Veränderung derſelben Bewegung iſt, ſo kann keine Bewegung eines Körpers in Beziehung auf einen abſolut ruhigen, der dadurch auch in Bewegung geſetzt werden ſoll, gedacht

gedacht werden, vielmehr muß dieſer nur als relativ-ruhig in Anſehung des Raums, auf den man ihn bezieht, zuſammt dieſem Raume aber in entgegengeſetzter Richtung als mit eben derſelben Quantität der Bewegung im abſoluten Raume bewegt vorgeſtellt werden, als der Bewegte in eben demſelben gegen ihn hat. Denn die Veränderung des Verhältniſſes (mithin die Bewegung) iſt zwiſchen beiden durchaus wechſelſeitig; ſo viel der eine Körper jedem Theile des anderen näher kommt, ſo viel nähert ſich der andere jedem Theil des erſteren, und weil es hier nicht auf den empyriſchen Raum, der beide Körper umgiebt, ſondern nur auf die Linie, die zwiſchen ihnen liegt, ankommt, (indem dieſe Körper lediglich in Relation auf einander, nach dem Einfluſſe, den die Bewegung des einen auf die Veränderung des Zuſtandes des anderen, mit Abſtraktion von aller Relation zum empyriſchen Raume, haben kann, betrachtet werden,) ſo wird ihre Bewegung als blos im abſoluten Raume beſtimmbar betrachtet, in welchem jeder der beiden Körper an der Bewegung, die dem einen im relativen Raume beigelegt wird, gleichen Antheil haben muß, indem kein Grund da iſt einem von beiden mehr davon, als dem andern, beizulegen. Auf dieſen Fuß wird die Bewegung eines Körpers A gegen einen andern ruhigen B, in Anſehung deſſen er dadurch bewegend ſeyn kann, auf den abſoluten Raum reducirt, d. i. als Verhältniß wirkender Urſachen blos auf einander bezogen, ſo betrachtet, wie beide an der Bewegung, welche in der Erſcheinung dem Körper A allein beigelegt wird, gleichen Antheil haben, welches nicht anders geſchehen kann, als ſo, daß die Geſchwindigkeit, die im relativen Raume blos dem Körper A beigelegt wird, unter A und B in umgekehrten Verhältniß der

Maſſen,

Maſſen, dem A allein die ſeinige im abſoluten Raume, dem B dagegen zuſammt dem relativen Raume, worin er ruht, in entgegengeſetzter Richtung ausgetheilt werde, wodurch dieſelbe Erſcheinung der Bewegung vollkommen beibehalten, die Wirkung aber in der Gemeinſchaft beider Körper, auf folgende Art konſtruirt wird.



Es ſey ein Körper A mit einer Geſchwindigkeit =AB in Anſehung des relativen Raumes gegen den Körper B, der in Anſehung eben deſſelben Raumes ruhig iſt, im Anlaufe. Man theile die Geſchwindigkeit AB in zwei Theile, Ac und Bc, die ſich umgekehrt wie die Maſſen B und A gegen einander verhalten, und ſtelle ſich A mit der Geſchwindigkeit Ac im abſoluten Raume, B aber mit der Geſchwindigkeit Bc in entgegengeſetzter Richtung zuſammt dem relativen Raume bewegt vor, ſo ſind beide Bewegungen einander entgegengeſetzt und gleich, und da ſie einander wechſelſeitig aufheben, ſo verſetzen ſich beide Körper beziehungsweiſe auf einander, d. i. im abſoluten Raume, in Ruhe. Nun war aber B mit der Geſchwindigkeit Bc in der Richtung BA, die der des Körpers A, nämlich AB gerade entgegengeſetzt iſt, zuſammt dem relativen Raume in Bewegung. Wenn alſo die Bewegung des Körpers B durch den Stoß aufgehoben wird, ſo wird darum doch die Bewegung des relativen Raums nicht aufgehoben. Alſo bewegt ſich nach dem Stoße der relative Raum in Anſehung beider Körper A und B, (die nunmehr im abſoluten

Raume

Raume ruhen,) in der Richtung BA mit der Geſchwindigkeit Bc, oder, welches einerlei iſt, beide Körper bewegen ſich nach dem Stoße mit gleicher Geſchwindigkeit Bd=Bc in der Richtung des Stoßenden AB. Nun iſt aber, nach dem vorigen, die Quantität der Bewegung des Körpers B in der Richtung und mit der Geſchwindigkeit Bc, mithin auch die in der Richtung Bd mit derſelben Geſchwindigkeit, der Quantität der Bewegung des Körpers A mit der Geſchwindigkeit und in der Richtung Ac gleich: folglich iſt die Wirkung, d. i. die Bewegung Bd, die der Körper B durch den Stoß im relativen Raume erhält, und alſo auch die Handlung des Körpers A mit der Geſchwindigkeit Ac der Gegenwirkung Bc jederzeit gleich. Da dieſer Beweiß etwas dunkel iſt, ſo ſehe ich mich gezwungen, denſelben auf meine eigne Art zu führen und überlaſſe es dem denkenden Leſer ſo wohl ſeine Richtigkeit an ſich zu prüfen, als darüber zu urtheilen, ob er mit dem Kantiſchen einerlei oder von demſelben verſchieden iſt.

Man ſtelle ſich vor der Körper A bewege ſich nach der Richtung und mit der Geſchwindigkeit AB (ſo daß er vermöge ſeiner eigenen Bewegung den Raum AB in einer beſtimmten Zeit T durchlaufen würde). Der Körper B ſey ruhig in dem Punkte B, dieſer Punkt aber ſelbſt bewege ſich mit dem Körper nach der Richtung BA mit der Geſchwindigkeit Bc die ſich zur Geſchwindigkeit AB wie A zu B verhält. Nach Verlauf der Zeit T werden ſich alſo beide Körper im Punkte c befinden, die eigene Bewegung des A wird alsdann durch die ihr gleiche aber entgegengeſetzte Bewegung von B zernichtet werden. Der Körper B aber wird ſich vermöge der Bewegung des Punkts B mit der Geſchwindigkeit Bc (die noch immer fortdauert,

ſammt

ſammt A in einer gleichen Zeit T von c nach B in abſoluten und von B nach d im relativen Raum, bewegen. Dieſes geſchieht vermöge der Wirkung von A auf denſelben. Die Wirkung von A auf in der zweiten Zeit T beſtehet alſo darin, daß B der am Ende der erſten Zeit T im Punkte c des abſoluten Raumes dem der Punkt B des relativen Raumes entſpricht, ruhig war, ſich in der zweiten Zeit T von c nach B im abſoluten und von c nach d im relativen Raum bewegt. Dieſe Wirkung iſt der Gegenwirkung von B auf A gleich, d. h. eben ſo viel Bewegung verliert A als er dem B mittheilt. Denn die ganze Bewegung von A iſt A. AB In der zweiten Zeit T aber iſt ſeine Bewegung A. c B. Sein Verluſt iſt alſo A. Ac welches ſeiner Wirkung B. c B oder B. c d gleich iſt.

Seite 50. Ein ſchärferer Beweiß von der Beſtimmung der Richtung und des Ortes des Körpers der von zwei Kräften die auf ihn nach einem Winkel wirken, in Bewegung geſetzt wird. Es wirken auf den Körper A zwei Kräfte, die eine nach der Richtung AB und mit einer Geſchwindigkeit, daß der Körper in einer Sekunde Zeit z. B. die Linie AB durchlaufen würde. Die andere wirkt auf ihn nach der Richtung AC die mit AB den Winkel BAC macht, mit einer Geſchwindigkeit, daß der Körper in einer Sekunde Zeit die Linie AC durchlaufen würde. Man ergänze das durch die gegebenen Linien AB, AC beſtimmte Parallelogram ABCD, ſo wird die Diagonale AD die Richtung von der Bewegung des Körpers und der Punkt D ſeinen Ort nach einer Sekunde Zeit vom Anfange ſeiner Bewegung beſtimmen. Die Zeit worin der Körper die Linie AB oder AC durchlaufen würde, ſey T. Laßt uns annehmen der Körper gelange in einer

kleinern

kleinern Zeit t in dem Punkt der Diagonale I. Man ziehe durch dieſen Punkt EG mit AC parallel. Nun verhalten ſich in einer gleichförmigen Bewegung die durchgelaufenen Räume wie die Zeiten vom Anfange der Bewegung, daher; AE: AB=t: T. Aber aus eben demſelben Grund iſt auch EI: EG oder BD=t: T. folglich AE: AB=EI: BD oder AE: EI=AB: BD. eine Proportion die nur dem geradlinichten Dreiecke BAD zukommen kann, worin EI der Baſis BD parallel iſt, folglich AID eine einzige gerade Linie und die Diagonale des gedachten Parallelograms ſeyn muß. Da nun in einem Dreieck die Summe zweier Seiten größer als die dritte ſeyn muß, ſo folgt daraus, daß die zuſammengeſetzte Geſchwindigkeit, die durch die eine Seite AD vorgeſtellt wird, immer kleiner als die Summe der ſie zuſammenſetzenden Geſchwindigkeiten die durch die beide Linien AB, AC vorgeſtellt wird, ſeyn muß.

Das genaue Verhältniß der durch die Zuſammenſetzung entſpringenden Geſchwindigkeit zu den zuſammenſetzenden kann in einer allgemeinen Formel auf folgende Art beſtimmt werden.

Es ſey die Geſchwindigkeit nach der Richtung AB=C die nach AC=c der ſinus des Direktionswinkels BAC=m, ſein Coſinus = n. So wird, wenn der ſinus totus = 1 angenommen wird, die Diagonale oder zuſammengeſetzte Geſchwindigkeit $AD=\sqrt{(C^2+2nC+c^2)}$

Fallen beide Richtungen zuſammen, d. h. wenn der Richtungswinkel gänzlich verſchwindet, ſo iſt m=0, und n=1 und die gedachte Formel auf folgende reduzirt wird: $AD=\sqrt{(C^2+2Cc+c^2)}=C+c$

Sind

Sind beide Richtungen AB, AC ſich einander gerade entgegengeſetzt, ſo iſt m=o und n=—1, woraus dieſe Formel entſpringt: $AD=\surd(C^2-2Cc+c^2)=C-c$.

Hieraus erhellet, daß je übereinſtimmiger die Richtungen ſind, deſto größer wird auch die zuſammengeſetzte Geſchwindigkeit, oder die Diagonale AD ſeyn. Denn je übereinſtimmiger die Richtungen ſind, um deſto kleiner wird der Richtungswinkel, und folglich auch ſein ſinus m und deſto größer ſein coſinus n und folglich deſto größer wird die Formel $\surd(C^2+2n Cc+c^2)$ ſeyn.

(Zur Seite 52.)

Die Streitigkeit zwiſchen Leibniz und Newton über die Schätzung der lebendigen Kräfte, iſt bekannt. Jener nimmt nur auf die abſolute Quantität der Kräfte Rückſicht, ohne darauf zu ſehen in welcher Zeit ſie erſchöpft werden. Dieſer aber betrachtet die abſolute Quantität der Kräfte im Verhältniß zu der Zeit. Denn es iſt offenbar, daß die Kräfte die eine Wirkung in einer kürzern Zeit hervorbringen, größer ſeyn müſſen, als diejenigen, die eben dieſe Wirkung in einer längern Zeit hervorbringen. Jene Vorſtellungsart iſt der metaphyſiſchen Abſtraktion, dieſe aber dem gemeinen Sprachgebrauche am angemeſſenſten. Newton argumentirt auf folgende Weiſe:

Die Wirkung effectus einer lebendigen Kraft beſtehet darin, daß ſie eine beſtimmte Maſſe durch einen beſtimmten Raum bewegt. Das Maaß dieſer Wirkung iſt alſo mit Recht = M. S. (das Produkt der Maſſe in den Raum) Das Wirken (actio) der Kraft wird durch die Größe der Kraft oder Wir-

kung (in jedem Moment) und ihre Dauer beſtimmt; folglich = V. T. (am Produkte der abſoluten Kraft in der Zeit des Wirkens.) Da nun die Wirkung (Effectus) dem ungehinderten Wirken (actioni non impeditae) gleich ſeyn müßte, ſo iſt M. S. = V. T. Nun iſt aber S=C. T. (der Raum iſt dem Produkte der Geſchwindigkeit in die Zeit gleich) folglich M. C. T=V T. und MC=V. Leibnitz hingegen macht gegen dieſe Schätzung der lebendigen Kräfte folgenden Einwurf. Laßt uns annehmen zwei Körper A und B wovon jener mit der Maſſe = 4 durch die Höhe = 1, dieſer aber mit der Maſſe = 1 durch die Höhe = 4 herunter falle, ſie erhalten dadurch eine ſolche lebendige Kraft, wodurch ſie zu eben denſelben Höhen heraufſteigen können (wie dieſes in der Lehre von den geworfenen Körpern bewieſen wird) Nun verhalten ſich aber die durch den Fall erlangten Geſchwindigkeiten wie die Quadratwurzel der Höhen, die Geſchwindigkeit des Körpers A wird alſo nach dem Fallen = 1 und die des B = 2 ſeyn. Beider Kräfte aber werden gleich ſeyn, denn eben dieſelbe Kraft die erfodert wird die Maſſe = 1 vier Fuß zu heben, wird auch erfodert die Maſſe = 4 ein Fuß zu heben. Zufolge der Schätzung der Kräfte nach dem Produkte aus den Maſſen in die einfache Geſchwindigkeiten aber können dieſe Kräfte nicht gleich ſeyn, indem die Kraft des A = 1 und die B = 2 ſeyn wird.

Dahingegen, wenn die Kräfte durch die Produkte der Maſſen in die Quadrate der Geſchwindigkeiten beſtimmt werden, dieſe Kräfte allerdings einander gleich ſind, indem beide Produkte = 1×4 ſind.

Leibnitz nimmt alſo auf die Zeit worin eine jede Maſſe von ihrer reſpektiven Höhe fällt, keine Rückſicht. Newton hingegen behauptet, daß man

hier

hier die Zeit nicht aus der Rechnung laſſen darf, die Kräfte ſind alſo hier in der That nicht gleich, indem es eine längere Zeit erfodert, den Körper B vier Fuß zu heben, als den Körper A ein Fuß; da nun die Zeiten (beim Herunterfallen und wieder Aufſteigen) ſich wie die Quadratwurzel der Höhen (folglich auch die am Ende des Fallens erhaltnen Geſchwindigkeiten) verhalten, ſo ſind im gedachten Falle beide durch die Produkte der Maſſen in ihren einfachen Geſchwindigkeiten beſtimmten Kräfte (wenn man die Zeit der Wirkung mit in Rechnung bringt) allerdings gleich.

Dieſes auf eine allgemeine Art ausgedrückt, läßt uns annehmen zwei Körper A und B. Jener fällt durch den Raum a wodurch er die Geſchwindigkeit a dieſer durch den Raum b wodurch er die Geſchwindigkeit B erhält, die Wirkung in A war derjenigen gleich, wodurch er nach dem Fall in die Höhe geworfen, wiederum den Raum a mit der Geſchwindigkeit a durchlaufen wird. Aber dieſe Wirkung wird er in einer Zeit, die ſich wie a verhält, hervorbringen, indem die Zeit, ſo wie die Geſchwindigkeit der Quadratwurzel des durchzulaufenden Raums proportionirt iſt; die Kraft des Körpers A wird alſo ſeyn $= \frac{A \times a}{a}$ (dem Produkte der Maſſe in die Geſchwindigkeit d. h. in dem Quotient des Raumes in die Zeit getheilt). Eben ſo wird die Kraft $B = \frac{B \times b}{B}$ ſeyn. Nun iſt aber $a : b = a^2 . B^2$ (B die Räume verhalten ſich wie die Quadrate der Zeiten oder der Geſchwindigkeiten) dieſe nun jenen ſubſtituirt werden dieſe Kräfte ſich zu einander $= \frac{Aa^2}{a} : \frac{BB^2}{B}$ verhalten $= Aa : BB$ d. h. gleich den Produkten der Maſſen in die einfachen Geſchwindigkei-

kei-

keiten, woraus erhellet, daß ſo bald man die Zeit aus der Rechnung wegläßt Leibnitzens, ſo bald man aber ſie mit hineinbringt Newtons Schätzung der Kräfte ſtatt findet. Daß aber Newton die Zeit des Wirkens mit in die Rechnung bringt, Leibnitz hingegen ſie davon ausſchließt, beruhet meiner Meinung nach auf folgenden Gründen. Eine Wirkung kann entweder an ſich ohne Rückſicht auf das wirkende Subjekt oder in Rückſicht auf daſſelbe betrachtet werden. Im erſten Fall wird die Kraft durch die Wirkung, als Quantum an ſich, im zweiten hingegen durch den Verluſt des wirkenden Subjekts (wodurch er mit der übergebliebenen Kraft eine kleinere Wirkung als vorher hervorzubringen im Stande iſt,) beſtimmt. Wird die Kraft durch die Wirkung an ſich beſtimmt, ſo wird auf die Dauer des Wirkens keine Rückſicht genommen. Ein Pferd das eine Laſt mit gleichförmiger Geſchwintigkeit eine Meile in einer Stunde fortbringt, wirkt mit eben derſelben Kraft womit es wirken würde wenn es dieſelbe Laſt 10 Meilen in 10 Stunden fortbringen wird. Nimmt man hingegen auf den Verluſt der Kraft Rückſicht, ſo wird das Pferd allerdings im letzten Falle 10mal ſo viel verlieren als im erſten. Wenn alſo die Körper A und B wovon jener mit 4 Maſſe von der Höhe 1, dieſer aber mit 1 Maſſe von der Höhe 4 fällt, mit der durch den Fall erlangten Geſchwindigkeit in die Höhe geworfen werden, ſo wird freilich die Kraft an ſich in B zweimal als die Kraft in A ſeyn. Dahingegen in Beziehung auf das wirkende Subjekt der Verluſt in Anſehung beider gleich ſeyn muß, ſo wie ein Pferd, das eine gewiſſe Laſt in zwei Stunden zwei Meilen fortbringt, doppelt ſo viel Kraft verliert, als wenn es in einer Stunde eine Meile fortbringt. In dem von Leibnitz vorgelegten

legten Falle iſt, nach Newtons Schätzung die Kraft B zweimal ſo groß als die Kraft A an ſich in Anſehung des Verluſtes vom Subjekte aber ſind ſie doch einander gleich.

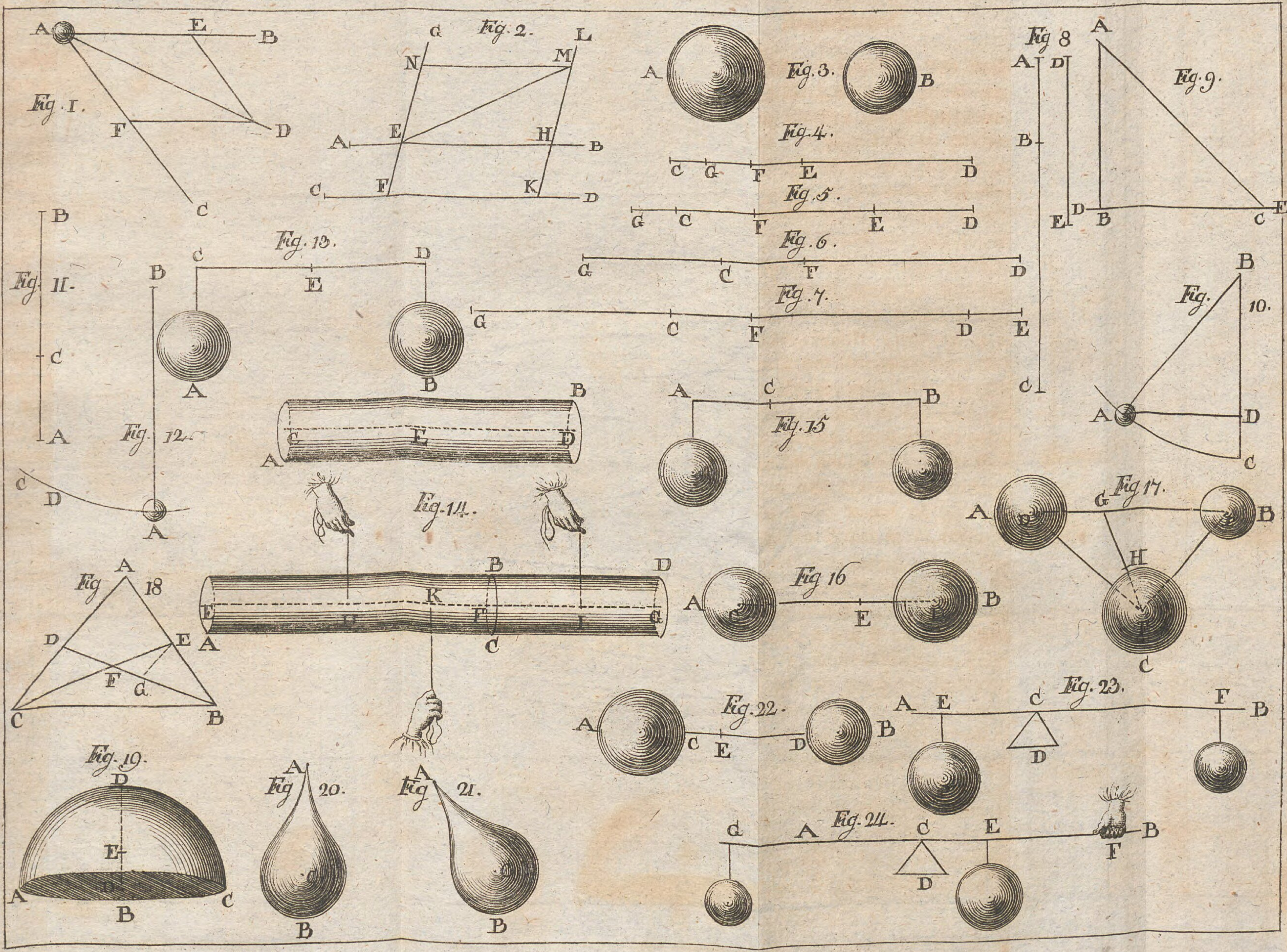


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig 8
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig 15
Fig 16
Fig 17.
Fig 18
Fig. 19.
Fig 20.
Fig 21.
Fig. 22.
Fig. 23.
Fig. 24.

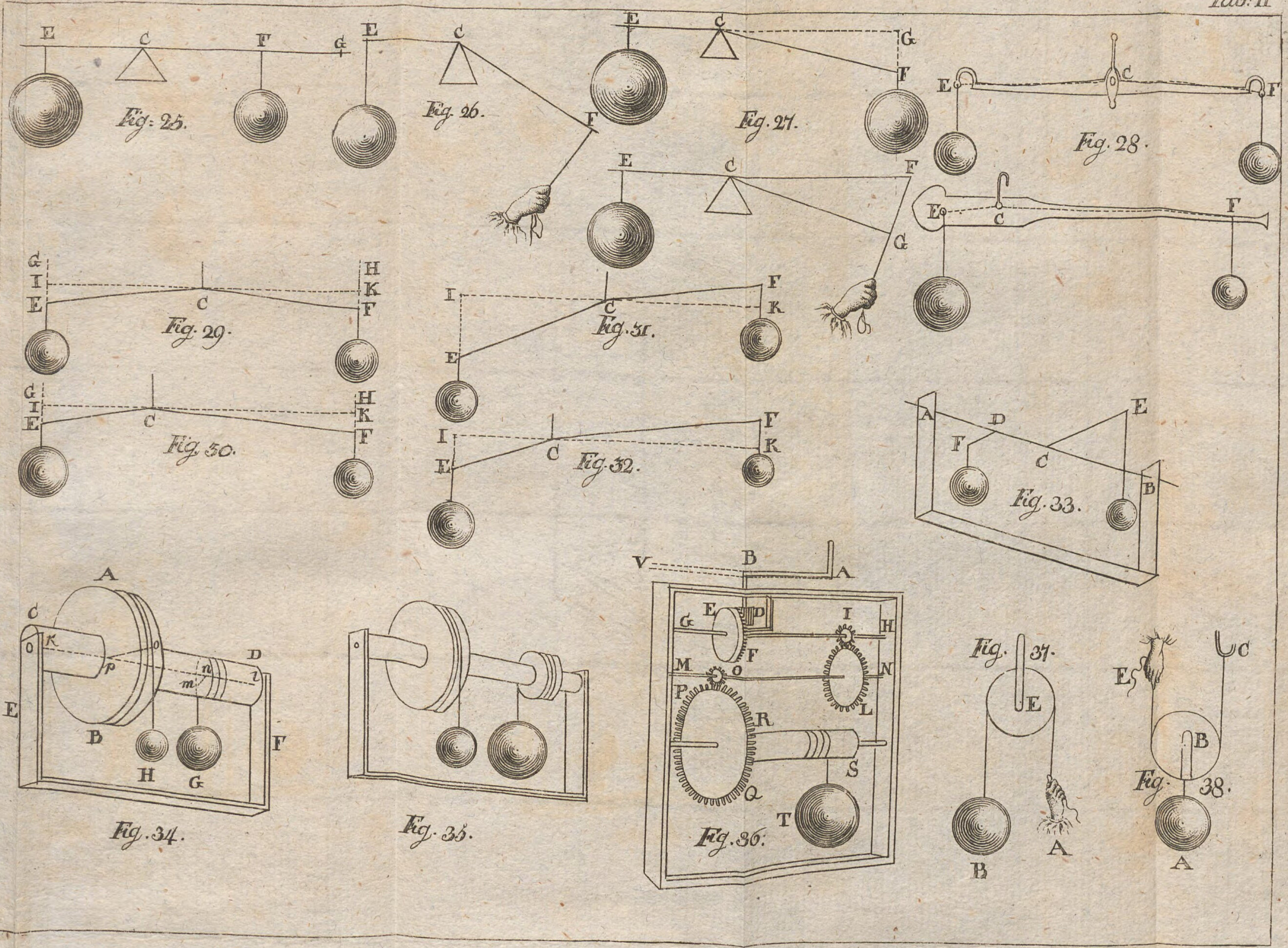


Fig. 25.
Fig. 26.
Fig. 27.
Fig. 28.
Fig. 29.
Fig. 30.
Fig. 31.
Fig. 32.
Fig. 33.
Fig. 34.
Fig. 35.
Fig. 36.
Fig. 37.
Fig. 38.

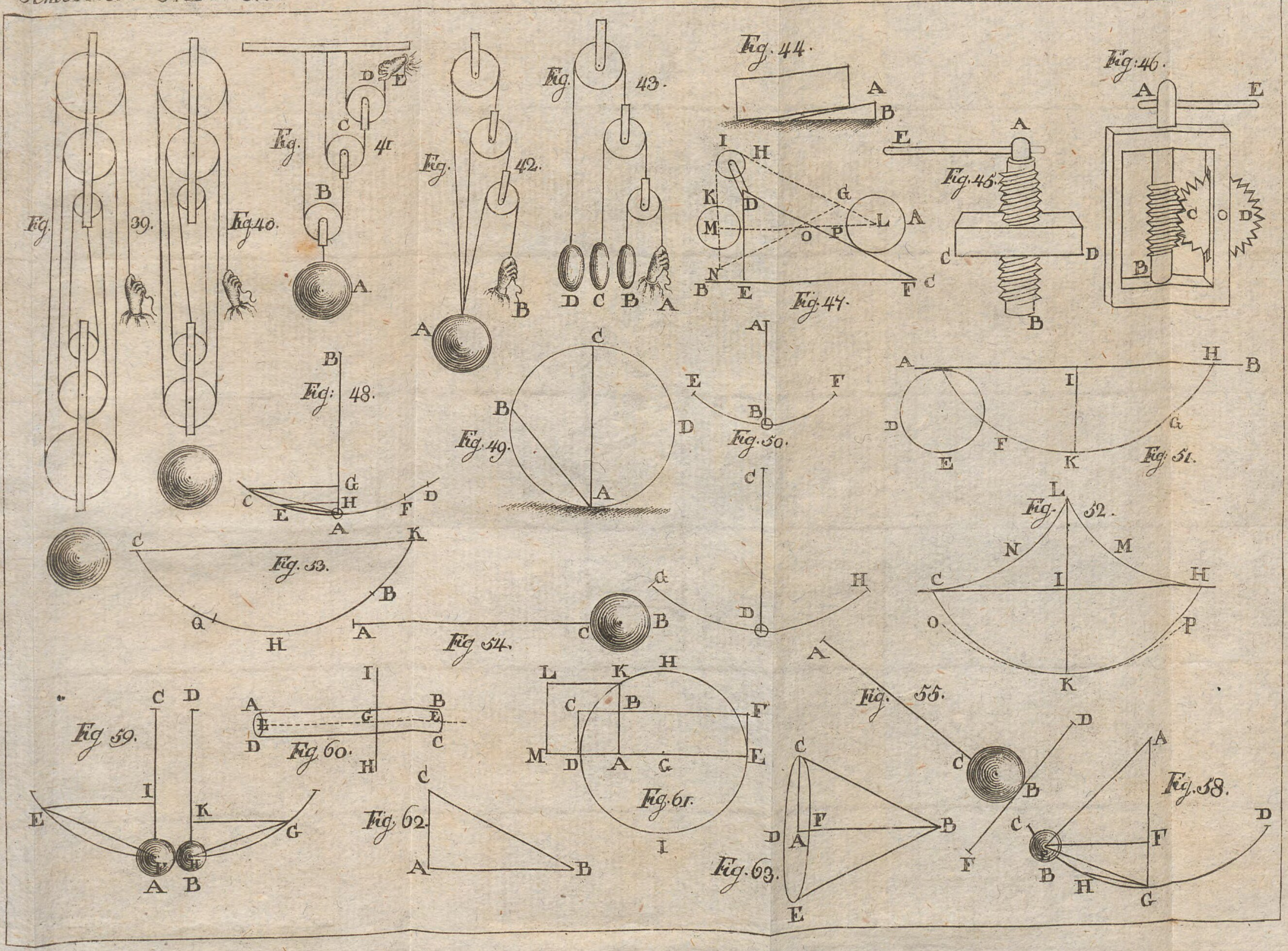


Fig. 39.
Fig. 40.
Fig. 41.
Fig. 42.
Fig. 43.
Fig. 44.
Fig. 45.
Fig. 46.
Fig. 47.
Fig. 48.
Fig. 49.
Fig. 50.
Fig. 51.
Fig. 52.
Fig. 53.
Fig. 54.
Fig. 55.
Fig. 58.
Fig. 59.
Fig. 60.
Fig. 61.
Fig. 62.
Fig. 63.

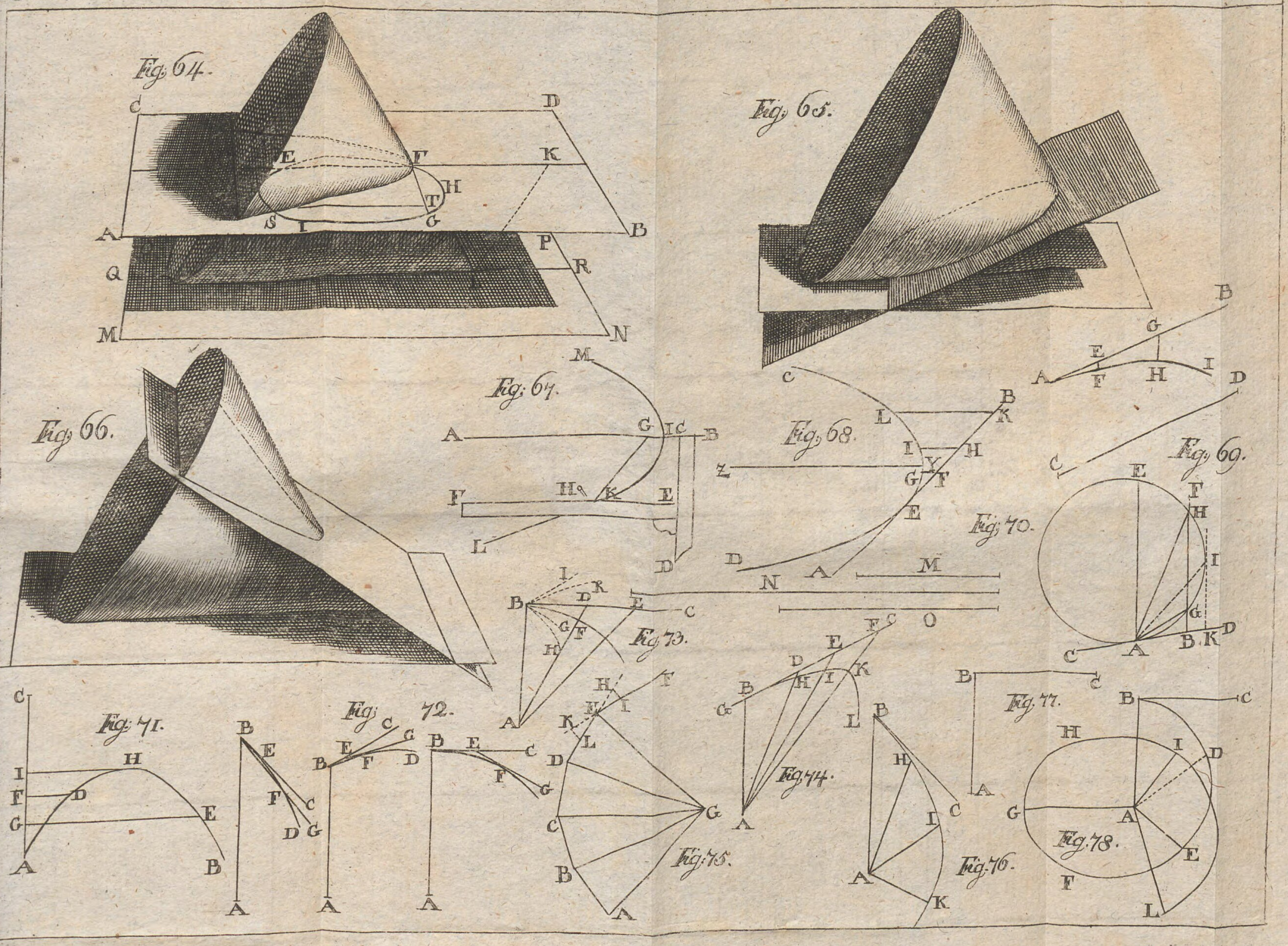


Fig. 64.
Fig. 65.
Fig. 66.
Fig. 67.
Fig. 68.
Fig. 69.
Fig. 70.
Fig. 71.
Fig. 72.
Fig. 73.
Fig. 74.
Fig. 75.
Fig. 76.
Fig. 77.
Fig. 78.

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Pemberton, Henry, / Maimon, Salomon, / Newton, Isaac,

Anfangsgründe der Newtonischen Philosophie

Bd.: 1 : mit vier Kupfertafeln

Berlin 1793

Ph.sp. 630-1
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10044077-3
VD18 80221920